

# Einfluss von Temperaturgradienten auf den von Flammen abgestrahlten Schall

Rafael Piscoya, Martin Ochmann

Technische Fachhochschule Berlin, FBII, Projektgruppe Computational Acoustics  
Luxemburger Str. 10, 13353 Berlin, Email: piscoya@tfh-berlin.de, ochmann@tfh-berlin.de

## Einleitung

Der Schall im Fernfeld einer turbulenten Flamme kann mittels des Standard-Randelementverfahrens (BEM) ermittelt werden, wenn der Druck oder die Schnelle auf einer geschlossenen Fläche (Hüllfläche), die die Flamme umschließt, bekannt ist. Das Medium außerhalb dieser Hüllfläche muss homogen sein. Wenn Temperaturgradienten außerhalb der Hüllfläche vorhanden sind, gilt die homogene Helmholtzgleichung nicht mehr. Stattdessen muss eine inhomogene Helmholtzgleichung gelöst werden. Die entsprechende Integralform enthält ein Volumenintegral, dessen Berechnung großen Rechenaufwand erfordert. Mit Hilfe der „Dual-Reciprocity-BEM“ (DRBEM) kann das Volumenintegral in eine Summe von Flächenintegralen überführt werden, sodass das Fernfeld wiederum allein aus der Kenntnis der Schallgrößen auf der Hüllfläche bestimmt werden kann. In der vorliegenden Arbeit wird der Einfluss des Temperaturgradienten auf das Schallfeld untersucht. Dessen Wirkung wird qualitativ bestimmt, indem charakteristische Größen wie Schallleistung und Richtcharakteristik mit und ohne Temperaturgradient verglichen werden.

## Schallfeld im Fernfeld der Flamme

Für die Berechnung des abgestrahlten Schalls der Flamme wird angenommen, dass wenigstens eine Schallgröße, z.B. der Druck  $p$  bzw. die Schnelle  $v_n$  auf einer geschlossenen Fläche  $S$  bekannt ist (siehe Abb. 1). Wenn außerhalb von  $S$  das Medium homogen ist, kann das Schallfeld mit der Standard-BEM ermittelt werden. Der Schalldruck lautet [1]:

$$C(\vec{x})p(\vec{x}) = \int_S \left( p(\vec{y}) \frac{\partial g(\vec{x}, \vec{y})}{\partial n(\vec{y})} + j\omega\rho v_n g(\vec{x}, \vec{y}) \right) dS(\vec{y}) \quad (1)$$

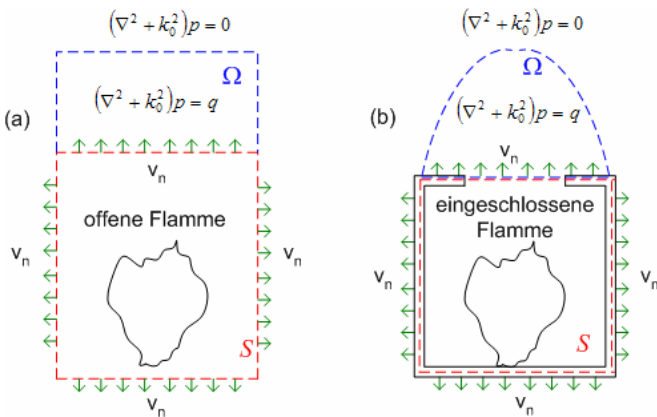


Abbildung 1: Modelle für a) offene und b) eingeschlossene Flammen.

Bei offenen Flammen ist  $S$  eine fiktive Fläche (Abb. 1a), während bei eingeschlossenen Flammen die Brennkammerwände einen Anteil von  $S$  bilden (Abb. 1b). Wenn das Medium außerhalb von  $S$  nicht homogen ist, gilt Gl. (1) nicht mehr, man erhält aber einen ähnlichen Ausdruck, wenn die Inhomogenitäten in Form einer Quellverteilung  $q$  geschrieben werden können:

$$C(\vec{x})p(\vec{x}) = \int_S \left( p(\vec{y}) \frac{\partial g(\vec{x}, \vec{y})}{\partial n(\vec{y})} + j\omega\rho v_n g(\vec{x}, \vec{y}) \right) dS(\vec{y}) - \int_S q(\vec{y})g(\vec{x}, \vec{y})dV(\vec{y}) \quad (2)$$

In einer früheren Arbeit [2] wurde gezeigt, dass das zusätzliche Volumenintegral in Gl. (3) als eine Summe von Flächenintegralen dargestellt werden kann. Dafür ist die Entwicklung des Quellterms  $q$  in eine Reihe von Funktionen  $f_j$  notwendig, die Lösungen der Helmholtz Gleichung  $\psi_j$  zugeordnet sind:

$$q = \sum_j \alpha_j f_j, \quad (\nabla^2 + k^2)\psi_j = f_j \quad (3)$$

## Temperaturgradient

Es wird der Fall einer Region  $\Omega$  mit einer bekannten Temperaturverteilung außerhalb der Hüllfläche  $S$  untersucht. Angenommen wird, dass die Temperatur nur örtlich und nicht zeitlich variiert, da ansonsten die Behandlung im Frequenzbereich zu kompliziert wird.

Da die Schallgeschwindigkeit von der Temperatur abhängt, ist sie nicht konstant, und die Wellengleichung lautet [3]:

$$\frac{1}{c^2} \nabla \cdot (c^2 \nabla p) + k^2 p = 0 \quad (4)$$

Wenn die Relation  $c^2 = \gamma RT$  in Gl. (4) eingesetzt wird, ergibt sich die Gleichung:

$$\nabla^2 p + k^2 p + \frac{\nabla T \cdot \nabla p}{T} = 0 \quad (5)$$

wobei  $k = \omega/c$  nicht konstant ist. Nach der Einführung der konstanten Wellenzahl  $k_0 = \omega/c_0$  in Gl. (5) und einer geeigneten Umordnung erhält man:

$$\nabla^2 p + k_0^2 p = q, \quad q = (k_0^2 - k^2)p - \frac{\nabla T \cdot \nabla p}{T} \quad (6)$$

Gl. (6) zeigt, dass der Quellterm  $q$  die unbekannte Variable  $p$  und ihre Ableitungen enthält. In diesem Fall ist eine Entwicklung von  $p$  in eine Reihe der Funktionen  $f_j$  in einer ähnlichen Weise wie für  $q$  geschehen, notwendig.

## Numerischer Test

Als Testfall betrachten wir eine Flamme innerhalb einer zylindrischen Brennkammer. Das Schallfeld in der Kammer führt zu Schwingungen der Kammerwände. Diese Vibrationen zusammen mit den Schallwellen, die direkt den Kammerauslass verlassen, tragen zum gesamten Schallfeld bei.

Für diese erste Untersuchung wird eine Kammer mit starren Wänden angenommen. Dort ist also die Normalschnelle Null, bis auf den Auslass, wo eine nicht uniforme Verteilung vorgegeben ist (Abb. 2).

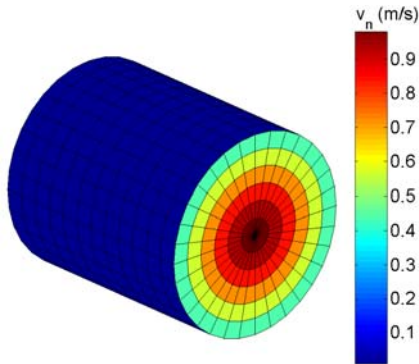


Abbildung 2: Schnelleverteilung auf dem Kammerauslass

Außerhalb des Auslasses ist eine Region der Länge  $L_T$  mit folgender Temperaturverteilung vorgegeben:

$$T(x, y, z) = T_m \exp\left(-\mu \frac{A(y^2 + z^2)}{x_0 - x}\right), \quad (7)$$

wobei  $A$  und  $x_0$  Konstanten sind,  $\mu = \log(T_m / T_a)$  und  $T_m$  der maximalen Temperatur und  $T_a$  der Raumtemperatur entsprechen.

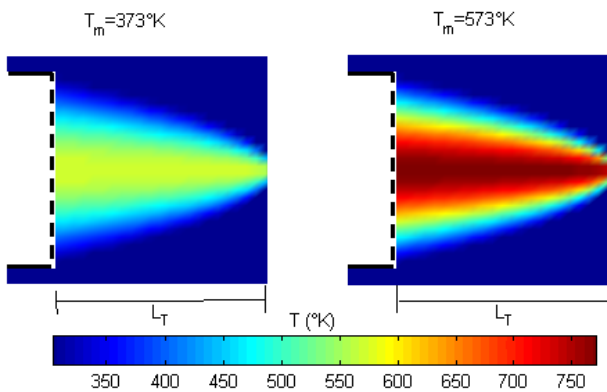


Abbildung 3: Temperaturverteilung laut Gl. (7) für zwei Werte von  $T_m$

## Ergebnisse

Die Schallleistung und die Richtcharakteristik der eingeschlossenen Flamme für mehrere Temperaturverteilungen werden in Abb. 4-6 mit dem homogenen Fall ( $\nabla T = 0$ ) verglichen. Die Schallleistung senkt stetig mit dem Anstieg der maximale Temperatur, während die Richtcharakteristik sich ausweitet wegen der Brechung der Schallwellen aufgrund der nicht konstanten

Schallgeschwindigkeit. Die Schallleistung hängt weniger von der Länge der inhomogenen Region ab als die Richtcharakteristik.

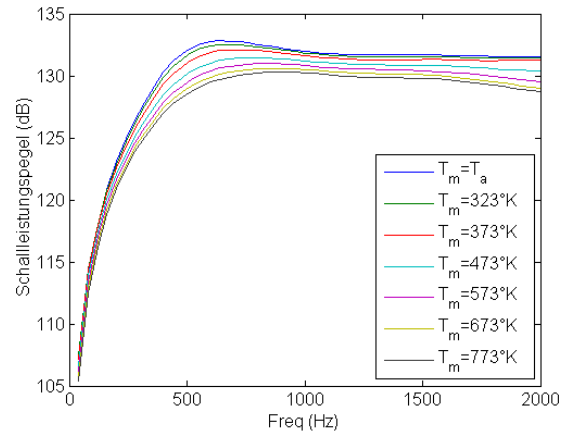


Abbildung 4: Einfluss der Temperatur auf die Schallleistung

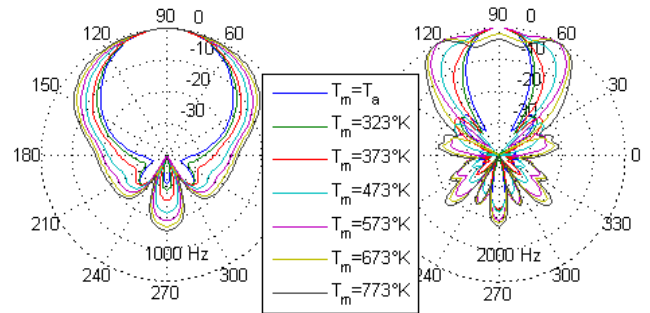


Abbildung 5: Einfluss der Temperatur auf die Richtcharakteristik

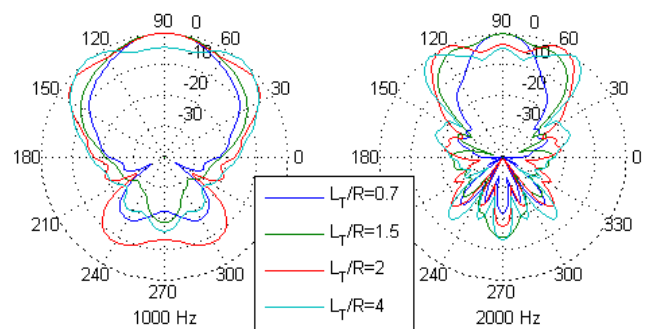


Abbildung 6: Einfluss der Länge der inhomogenen Region auf die Richtcharakteristik für  $T_m = 773 \text{ K}$

Diese Arbeit wurde durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft im Rahmen der Forschergruppe "Verbrennungslärm" gefördert.

## Literatur

- [1] Ochmann, M.: Analytical und Numerical Methods in Acoustics, in Mechel, F.P.: Formulas of Acoustics, 930-1026, Springer, 2002.
- [2] Piscocya, R., Ochmann, M., Schallabstrahlung einer kugelsymmetrischen Flamme, Fortschritte der Akustik, DAGA 2007, Stuttgart (2007)
- [3] Rienstra S.W., Hirschberg A.: An Introduction to Acoustics, Eindhoven University of Technology, 2004.