

Verwendung der BEM-basierten Fast Multipol Methode für Innenraumprobleme

Ralf Burgschweiger¹, Martin Ochmann¹

¹ Beuth Hochschule für Technik Berlin, 13353 Berlin, E-Mail: burgi@beuth-hochschule.de

Einleitung

Die Multi-Level Fast Multipol Methode (MLFMM) ermöglicht die numerische Berechnung von akustischen Problemen, bei denen die diskretisierten Modelle aus sehr großen Anzahlen von Elementen bestehen.

Die Lösungszeit und der Speicherbedarf liegen im Vergleich mit konventionellen Lösungsmethoden deutlich niedriger, da der Algorithmus die Anzahl der zu berechnenden Interaktionen zwischen Quell- und Zielpunkten drastisch reduziert, indem ein potentialbasierendes Clustering-Verfahren zur approximativen Berechnung der benötigten Matrix-Vektor-Produkte verwendet wird.

Im Rahmen des Forschungsprojekts MULTIPOL soll eine Variante der MLFMM entwickelt werden, mit deren Hilfe Problemstellungen aus der Raumakustik behandelt werden können. Hierzu wird das Schallfeld in einfachen Räumen mit unterschiedlichen Wandeigenschaften, z.B. Impedanz-Randbedingungen, berechnet und die dabei erzielten Resultate mit analytisch gewonnenen Lösungen sowie Ergebnissen konventioneller BEM- und FEM-Methoden verglichen.

Fast Multipol Methode

Der MLFMM-Algorithmus stellt ein Verfahren zur beschleunigten Bildung eines Matrix-Vektor-Produktes dar, ohne dabei die zugrundeliegende Matrix vollständig bilden zu müssen, und eignet sich daher insbesondere für „große“ Probleme, bei denen die Wechselwirkung zwischen vielen einzelnen Elementen (Quellen) berücksichtigt werden muss.

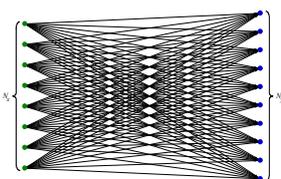


Abb. 1: konventionelle Berechnung der Interaktionen

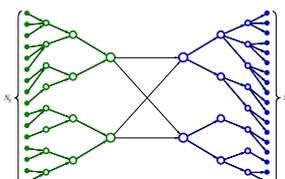


Abb. 2: Cluster-basierende Berechnung der Interaktionen

Aus den Abb. 1 und 2 ist die Abnahme der Anzahl der zu berücksichtigenden Interaktionen erkennbar. Im dreidimensionalen Fall werden die Cluster durch würfelförmige Boxen repräsentiert, deren sog. Nachbarschaftslisten zur Berechnung der Interaktionen herangezogen werden (Abb. 3).

Im Rahmen eines Vorprojekts [1, 2] wurde ein MLFMM-Code zur numerischen Berechnung der Schallabstrahlung von Körpern entwickelt, der die Verwendung verschiedener Lösungsmethoden und Löser gestattet und zur Anwendung auf Innenraumprobleme mit Impedanz-Randbedingungen erweitert wurde.

Förderung

Dieses Projekt wird durch das Institut für angewandte Forschung Berlin e.V. (IfaF) gefördert.

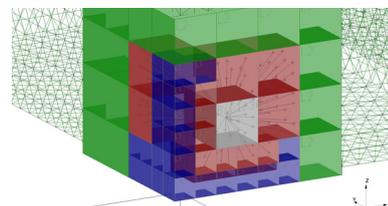


Abb. 3: Beispiel der MLFMM-Boxen an einer Raumecke

Ergebnisse für Räume ohne innere Wand

Es wurde ein luftgefüllter Raum der Größe $4 \times 3 \times 2$ m vorgegeben, in dem sich eine Monopolquelle (⊙) an der Position $[0,925 \ 1,5 \ 1]$ m befindet. Um die Vergleichbarkeit zu gewährleisten, wurde das Modell mit COMSOL erzeugt und dessen Oberflächennetz für die BEM-Berechnungen verwendet. Dieses bestand aus 19.300 Elementen.

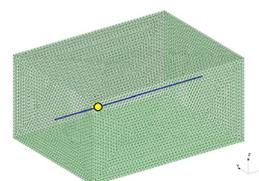


Abb. 4: Raum $4 \times 3 \times 2$ m, mit Feldpunktlinie in X-Richtung

a) 200 Hz, schallhart

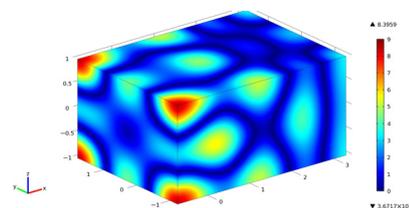


Abb. 5: FEM (COMSOL), 407.200 Elemente, 200 Hz, Dauer: 312 s (MUMPS)

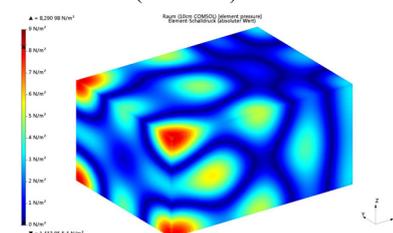


Abb. 6: BEM, 19.300 Elemente, 200 Hz, Dauer: 192,1 s (IMKL), 48,6 s (GMRES), 33,9 s (MLFMM)

b) 500 Hz, Impedanz $Z=pc$ an Decke und rechter Wand

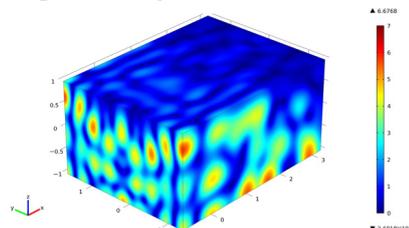


Abb. 7: FEM (COMSOL), 407.200 Elemente, 500 Hz, mit Impedanz, Dauer: 229 s (MUMPS)

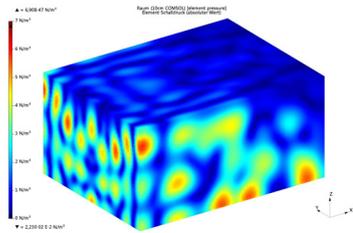


Abb. 8: BEM, 19.300 Elemente, 500 Hz, mit Impedanz, Dauer: 196,9 s (IMKL), 51,09 s (GMRES)

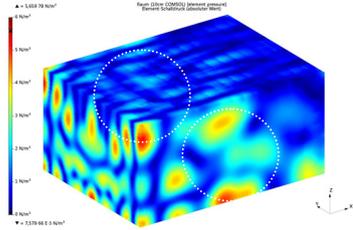


Abb. 9: BEM mit MLFMM, erkennbare Abweichungen, Dauer: 33,9 s (GMRES, $N_{iter} = 51$, $e = 10^{-5}$)

Ergebnisse für Räume mit Teilwand

Der Raum wurde hier mit einer 0,2 m starken und 2 m tiefen „Trennwand“ versehen. Die Decke hat eine Impedanz von $Z = \rho c$, alle anderen Wände sind schallhart. Die Monopol-Schallquelle (o) befindet sich in der linken Hälfte des Raums. Das Oberflächennetz bestand hier aus 56.400 Elementen ($l_{max} = 0,05$ m, bis 1 kHz verwendbar).

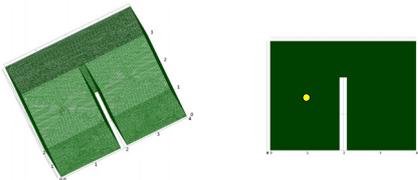


Abb. 10: Raum $4 \times 3 \times 2$ m mit innerer „Trennwand“

a) 500 Hz, Impedanz $Z = \rho c$ an Decke

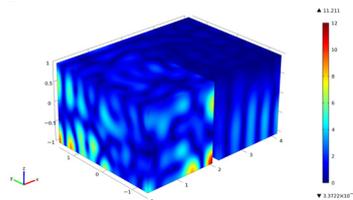


Abb. 11: FEM (COMSOL), 3.197.500 Elemente, 500 Hz Dauer: 15.050 s (4:11 h, MUMPS)

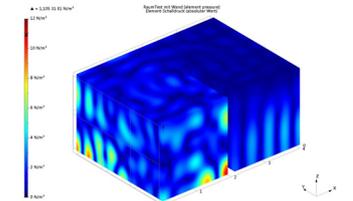


Abb. 12: BEM, 56.400 Elemente, 500 Hz, Dauer: 6.231 s (IMKL), 822 s (GMRES, $N_{iter} = 197$, $e = 10^{-5}$)

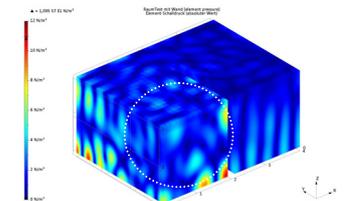


Abb. 13: BEM mit MLFMM, sichtbare Abweichungen Dauer: 487 s (GMRES, $N_{iter} = 141$, $e = 10^{-5}$)

b) 1.000 Hz, Impedanz $Z = \rho c$ an Decke

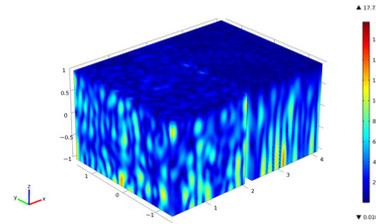


Abb. 14: FEM (COMSOL), 3.197.500 Elemente, 1.000 Hz Dauer: 15.248 s (4:14 h, MUMPS)

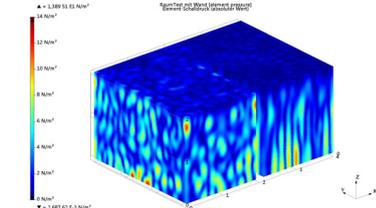


Abb. 15: BEM, 56.400 Elemente, 1.000 Hz, Dauer: 6.256 s (IMKL), 2.111 s (GMRES, $N_{iter} = 600$, $e = 5 \times 10^{-3}$)

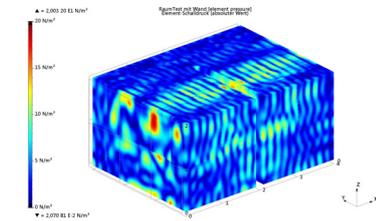


Abb. 16: BEM mit MLFMM, große Abweichungen, Dauer: 1.530 s (GMRES, $N_{iter} = 141$, $e = 10^{-5}$)

Fazit

Die dargestellten Ergebnisse zeigen, dass die konventionelle BEM- im Vergleich mit der FEM-Methode bei geringeren Rechenzeiten qualitativ vergleichbare Ergebnisse liefert. Ein Performancevorteil zeigt sich insbesondere bei komplexeren Strukturen und unterschiedlichen Randbedingungen.

Die Fast Multipol Methode zeigt sich ebenfalls als geeignet, weist jedoch bei Frequenzen ab 500 Hz z. T. deutliche qualitative Abweichungen vor allem in den „leiseren“ Bereichen auf, da die methodenbasierenden Fehler in der Matrix-Vektor-Produktbildung stärker hervortreten.

Hier sind noch weitere Untersuchungen zur möglichen Optimierung des MLFMM-Codes und einer levelbasierenden Multipol-Entwicklung notwendig. Ebenso erscheint eine geeignete Vorkonditionierung des iterativen Löser zur Reduktion der Iterationsanzahl sinnvoll, da eine gute Konvergenz des iterativen Verfahrens Voraussetzung für einen erfolgreichen Einsatz der MLFMM ist.

Literatur

Vollständiges Paper: <http://projekt.beuth-hochschule.de/ca>

- [1] R. Burgschweiger, I. Schäfer und M. Ochmann: „Ein Multilevel-Fast-Multipole-Algorithmus (MLFMM) zur Berechnung der Schallstreuung am Beispiel von Objekten unter Wasser“, Proceedings der DAGA 2010, Berlin, auf CD, Artikel Nr. 61, S. 695-696, 2010
- [2] M. Ochmann, R. Burgschweiger und C. Steuck: „Numerical experiments for testing the convergence of the acoustical Fast Multipole Method“, Proceedings of the 1st EAA Congress on Sound and Vibration (EuroRegio 2010), Ljubljana, Slovenien