

# Berechnung der Schalldämmung von profilierten Platten

Rafael Piscoya, Martin Ochmann

Beuth Hochschule für Technik Berlin, 13353 Berlin  
 piscoya@beuth-hochschule.de, ochmann@beuth-hochschule.de

## Einleitung

Aufgrund ihrer höheren Biegesteifigkeit werden profilierte dünne Platten in verschiedenen Ingenieur-Bereichen eingesetzt, z. B. bei der Herstellung von Dachstrukturen oder von Einhausungen für Gasturbinen. Solche Platten können als orthotrop behandelt werden, da die Biegesteifigkeit entlang der Profile deutlich höher ist als quer zu den Profilen. Mit Hilfe dieser Formulierung kann die Schallabstrahlung der Platte mit einem einfachen Rayleigh Integral berechnet werden. Formeln zur Abschätzung der Eigenschwingungen der Platte und deren Schalldämmung sind schon in der Vergangenheit hergeleitet worden. In der vorliegenden Arbeit wird ein numerisches Modell zur Berechnung der Schalldämmung von profilierten Platten entwickelt, in dem die Geometrie der Platte berücksichtigt und die Schallabstrahlung genauer berechnet wird. Die Eigenmoden der Platte in Vakuum werden durch eine FEM-Simulation im Voraus bestimmt und diese an eine nachfolgende BEM Berechnung zur Bestimmung der Schallabstrahlung übergeben.

## Akustisches Modell

Untersucht wird eine Platte mit trapezförmigem Profil (Trapezblech), die in eine unendliche Schallwand eingebettet ist (siehe Abb. 1). Eine ebene Welle mit schrägem Einfallswinkel regt die Platte an. Die Schwingung der Platte strahlt Schall in den oberen und den unteren Halbraum ab.

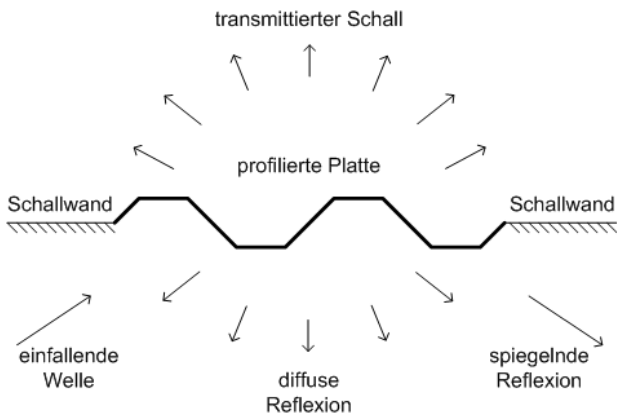


Abbildung 1: Profilierte Platte in einer unendlichen Schallwand.

Die Verschiebung  $u$  der Platte ist die Lösung der Bewegungsgleichung

$$(K - \omega^2 M)u = F \quad (1)$$

wobei  $K$  und  $M$  die Steifigkeits- und Massenmatrix sind, und  $F$  ist der Vektor der äußeren Kräfte. Bei der Übertragung von Luftschall ist  $F$  proportional zur Druckdifferenz vor und hinter der Platte. Diese lässt sich mit Hilfe von Integralgleichungen bestimmen. Dafür wird der gesamte

Raum in vier Domänen unterteilt, wie in Abb. 2a skizziert ist. Die zwei halbunendlichen Gebiete oberhalb und unterhalb der Schallwand werden von der Wand und der fiktiven Oberfläche  $S_i$  getrennt. Oberhalb der Platte und der Wand definiert man zwei Domänen  $\Omega_1$  und  $\Omega_4$  und unterhalb noch zwei Domänen  $\Omega_2$  und  $\Omega_3$ .

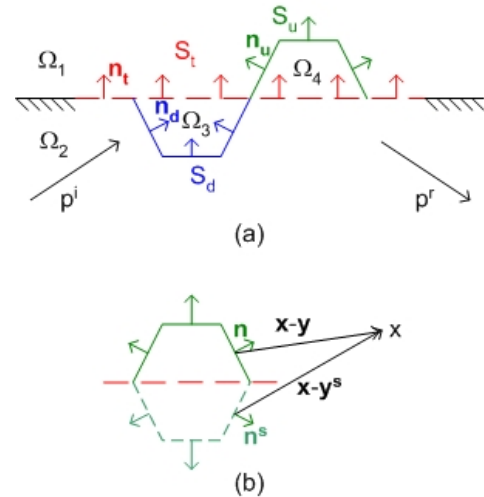


Abbildung 2: Beschreibung des akustischen Modells, (a) Gebietszerlegung, Ränder und Normalvektoren; (b) reelle und gespiegelte Quellpunkte und Normalvektoren.

Der Schalldruck in jedem Gebiet wird durch je eine Integralgleichung bestimmt [1]

$$C_1 p_1 = - \int_{S_i} \frac{\partial p_1}{\partial n_y} g^h dS_y + \int_{S_u} (p_1 \frac{\partial g^h}{\partial n_y} - \rho \omega^2 u g^h) dS_y, \quad \text{in } \Omega_1 \quad (2.a)$$

$$C_2 p_2 = \int_{S_i} \frac{\partial p_2}{\partial n_y} g^h dS_y - \int_{S_d} (p_2 \frac{\partial g^h}{\partial n_y} - \rho \omega^2 u g^h) dS_y + p^i + p^r, \quad \text{in } \Omega_2 \quad (2.b)$$

$$C_3 p_3 = \int_{S_i} \frac{\partial p_3}{\partial n_y} g^h dS_y + \int_{S_d} (p_3 \frac{\partial g^h}{\partial n_y} - \rho \omega^2 u g^h) dS_y, \quad \text{in } \Omega_3 \quad (2.c)$$

$$C_4 p_4 = - \int_{S_i} \frac{\partial p_4}{\partial n_y} g^h dS_y - \int_{S_d} (p_4 \frac{\partial g^h}{\partial n_y} - \rho \omega^2 u g^h) dS_y, \quad \text{in } \Omega_4 \quad (2.d)$$

wobei  $g^h$  der Greenschen Funktion für den Halbraum entspricht

$$g^h(x, y) = \frac{e^{-jk|x-y|}}{4\pi|x-y|} + \frac{e^{-jk|x-y^s|}}{4\pi|x-y^s|}, \quad (3)$$

und  $y^s$  und  $n^s$  der gespiegelte Quellpunkt und Normalvektor bedeuten (siehe Abb. 2b).

Die Koeffizienten  $C_i$  haben folgende Werte:

**Tabelle 1:** Koeffizienten  $C_i$

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$
$S_u$	0.5	0	0	0.5
$S_d$	0	0.5	0.5	0
$S_t$	1*	1*	1	1

\*  $S_t$  nicht in  $\Omega_3$  oder  $\Omega_4$  (sonst 0)

Die auf die Platte wirkende Druckdifferenz ist dann  $p_1-p_4$  auf  $S_u$  und  $p_3-p_2$  auf  $S_d$ .

Durch die Diskretisierung der Gleichungen 2.a-2.d ergibt sich eine Matrixgleichung für den Vektor  $F$ ,  $F = -j\omega Du + b$ . Setzt man diese Relation in (1) ein, erhält man die Gleichung für die Verschiebung der Platte

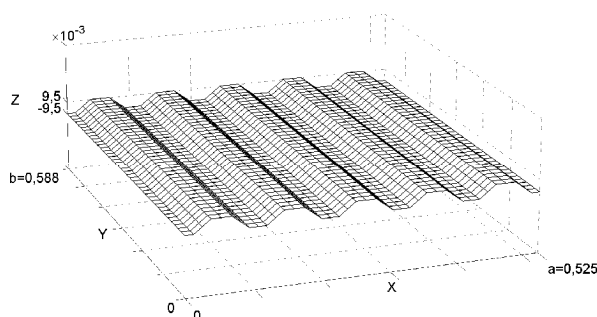
$$(K + j\omega D - \omega^2 M)u = b \quad (4)$$

### Numerisches Beispiel

Das entwickelte numerische Modell wurde auf ein Trapezblech aus Stahl angewendet. Die Platte ist 0.75 mm dick. Zwei verschiedene Randbedingungen werden untersucht: gelenkig gelagert und eingespannt. Profilierte Platten können als orthotrope Platten modelliert werden. Die Formel für die Eigenfrequenzen einer gelenkig gelagerten orthotropen Platte lautet [2]

$$f_{mm} = \frac{\pi}{2} \left[ \frac{m^4 B_x}{a^4} + \frac{n^4 B_y}{b^4} + \frac{m^2 n^2}{a^2 b^2} (B_x v + B_y v + \frac{Gh^3}{3}) \right]^{1/2} \quad (5)$$

wobei die äquivalenten Steifigkeiten  $B_x$  und  $B_y$  aus den Materialeigenschaften und der Geometrie der Platte ermittelt werden.



**Abbildung 3:** Gitter für die FEM und BEM Berechnungen.

Für die numerische Simulation wurde ein Gitter mit 1640 Knoten, 1520 Elementen und einer maximale Kantenlänge von 0.0157 generiert.

**Tabelle 2:** Eigenfrequenzen der profilierten Platte

Mode	1	2	3	4	5
Formel	320.6	442.6	594.1	759.6	934.0
numerisch	394.6	443.6	518.0	541.0	585.7

In Tabelle 2 werden die ersten fünf Eigenfrequenzen der profilierten Platte, berechnet mit Hilfe von (5), mit den numerischen Werten verglichen. Die FEM-Simulation liefert Werte für die Eigenfrequenzen, die von der Formel (5) teilweise stark abweichen. In Gegensatz dazu stimmen FEM-Simulation und analytische Lösung bei der Berechnung der ersten fünf Eigenfrequenzen der flachen Platte (Tabelle 3) sehr gut überein.

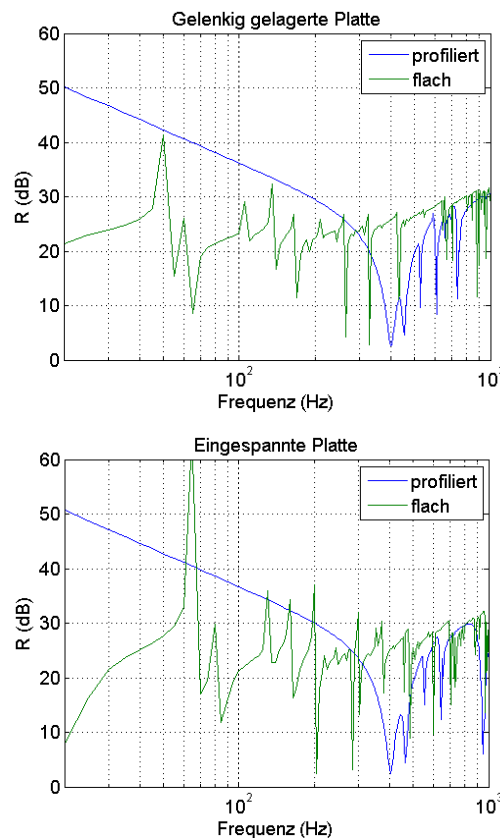
**Tabelle 3:** Eigenfrequenzen der flachen Platte

Mode	1	2	3	4	5
Formel	12.0	27.9	32.0	48.0	54.5
numerisch	12.0	27.9	31.9	47.7	54.4

Der Schalldämmmaß ist definiert als

$$R = -10 \log(W_{abg} / W_i) \quad (6)$$

wobei  $W_{abg}$  und  $W_i$  die abgestrahlte und einfallende Schallleistung bezeichnen. Ein Vergleich zwischen den Kurven von  $R$  für flache und profilierte Platten wird in Abb. 4 gezeigt.



**Abbildung 4:** Schalldämmmaß einer flachen und einer profilierten Platte.

Diese Arbeit wurde durch die DFG im Rahmen des Projektes "Das akustische Transmissionsproblem für plattenartige Strukturen (ATMOS)" gefördert.

### Literatur

- [1] Seybert A., Wu T. W., Modified Helmholtz integral equation for bodies sitting on an infinite plane, J. Acoust. Soc. Am 85 (1989), 19-23
- [2] Hansen, C. H., Sound Transmission Loss of Corrugated Panels, Noise Control Engineering Journal, Vol. 40 (1993), 187-197