

Berechnung der Schalldämmung von dünnen Platten in einem Kanal

Rafael Piscoya und Martin Ochmann

Projektgruppe Computational Acoustics - Beuth Hochschule für Technik Berlin,
13353 Berlin, E-Mail: piscoya@beuth-hochschule.de

Einleitung

Das Schalldämm-Maß (R) von dünnen Platten wird in der Regel in besonders eingerichteten Prüfräumen ermittelt, die aus zwei benachbarten Räumen bestehen und durch eine Öffnung, in der sich der Prüfling befindet, verbunden sind. Derartige Einrichtungen haben einen großen Raumbedarf und führen zu hohen Kosten. Als Alternative kann das Schalldämm-Maß einer kleineren Probe in einem Kundtschen Rohr bzw. in einem Kanal gemessen werden. Der für diese Messungen gültige Frequenzbereich liegt unter der ersten Cut-on-Frequenz, da die Ausbreitung von ebenen Wellen vorausgesetzt wird. Für kleine Prüflinge hat die Art der Befestigung an der Wand (Randbedingungen des Prüflings) einen wichtigen Einfluss auf die Schwingung der Platte und damit auf den Transmissionsgrad. In dieser Arbeit wird das Schallfeld im Inneren des Kanals mit der Randelementemethode und die Schwingung der Platte mit Hilfe einer Rayleigh-Ritz-Methode simuliert. Gelenkig gelagerte, eingespannte Platten und Platten, die mit Federn im Kanal befestigt sind, werden untersucht. Die Randbedingungen für die Simulation werden nun so gewählt, dass die Simulationsergebnisse möglichst gut mit entsprechenden Messungen übereinstimmen.

Bewegungsgleichung der Platte

Zur Bestimmung der Verschiebung u einer dünnen Platte wird ein Variationsprinzip angewandt. Wenn u in eine Modal- oder Polynom-Basis ϕ_{nm} entwickelt wird

$$u = \sum_{n,m} a_{nm} \phi_{nm}, \quad \phi_{nm}(x, y) = \phi_n(x) \phi_m(y), \quad n, m = 1, 2, \dots \quad (1)$$

lässt sich folgende Gleichung für die a_{nm} herleiten [1]:

$$\left(K_{pqnm} - \omega^2 M_{pqnm} \right) a_{nm} = F_{pq}, \quad (2)$$

wobei K_{pqnm} die Steifigkeitsmatrix, M_{pqnm} die Massenmatrix und F_{pq} der Vektor der äußeren Kraft sind. Beliebige Randbedingungen (RB) können konstruiert werden, indem man den Plattenrand durch Feder-Elemente (Torsionsfedern C und Translationsfedern S) befestigt. Solche elastischen RB leisten einen zusätzlichen Beitrag zur gesamten Steifigkeitsmatrix.

Schallfeld in einem Kanal

Unter der ersten „Cut-on Frequenz“ (f_{c1}) breiten sich nur ebene Wellen aus, da die Moden höherer Ordnungen stark gedämpft sind. Die letzteren bilden das akustische Nahfeld der Platte. Für einen Kanal mit quadratischem Querschnitt der Seitenlänge b ist die erste Cut-on Frequenz gleich $f_{c1} = c/2b$.

Aufgrund des einfachen Schallfeldes im Kanal hat eine Trennschicht mit bekannter Impedanz Z_{Trenn} bei absorbierendem Abschluss den Transmissionsgrad τ [2]:

$$\tau = \left| \frac{2Z_0}{Z_{Trenn} + 2Z_0} \right|^2, \quad Z_0 = \rho c \quad (3)$$

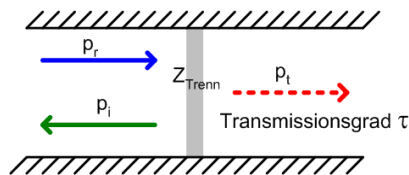


Abbildung 1: Trennschicht in unendlichem Kanal.

Annäherung: Platte als „Kolben“

Eine approximierte Formel für den Transmissionsgrad einer Platte im Kanal kann aus (3) abgeleitet werden [3]. Dafür definiert man eine äquivalente Impedanz $Z_{\dot{A}q}$:

$$Z_{\dot{A}q} = \frac{p^{BP}}{\dot{u}_m}, \quad \dot{u}_m = \frac{1}{S} \int \dot{u} dS, \quad (4)$$

wobei $p^{BP} = 2p_i$ der „blocked-pressure“ ist. Die Verschiebung der Platte u ist die Antwort der Platte, wenn sie vom Schalldruck p^{BP} angeregt wird (Gleichung (2)).

BE-Formulierung

Ein numerisches Verfahren zur Bestimmung des Schallfeldes im Kanal basierend auf der Randelementemethode (BEM) wurde implementiert. Das berechnete Schallfeld ist gültig nicht nur unterhalb f_{c1} , sondern für alle Frequenzen, für die die Diskretisierung fein genug ist ($\Delta x \leq \lambda/6$).

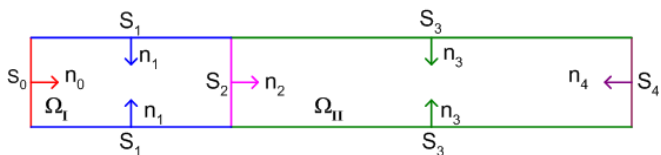


Abbildung 2: Domäne und Oberflächen der BE-Formulierung

Abb. 2 zeigt die 2 Domänen Ω_I und Ω_{II} und die 5 unterschiedlichen Oberflächen und deren entsprechende Normalvektoren. Die Randbedingungen sind in Tabelle 1 aufgelistet.

Die Randintegralgleichungen in Ω_I und Ω_{II} lauten

$$C_I p_I = \int_{S_0} \left(p_I \frac{\partial g}{\partial n} + j\rho\omega v_L g \right) dS + \int_{S_1} p_I \frac{\partial g}{\partial n} dS - \int_{S_2} \left(p_I \frac{\partial g}{\partial n} - \rho\omega^2 u g \right) dS \quad (5)$$

$$C_{II}P_{II} = \int_{S_2} \left(P_{II} \frac{\partial g}{\partial n} - \rho \omega^2 u g \right) dS + \int_{S_3} P_{II} \frac{\partial g}{\partial n} dS + \int_{S_4} P_{II} \left(\frac{\partial g}{\partial n} - \frac{j\rho\omega g}{Z_{Ab}} \right) dS \quad (6)$$

Tabelle 1: RB im numerischen Modell

| Oberfläche | Beschreibung | Randbedingung |
|------------|--------------|------------------------------------------------------------------------------|
| S_0 | Lautsprecher | $v_n = v_L$ |
| S_1, S_3 | Seitenwände | $v_n = 0$ |
| S_2 | Platte | $\partial p_I / \partial n = \partial p_{II} / \partial n = \rho \omega^2 u$ |
| S_4 | Abschluss | $Z = Z_{Ab}$ |

Die Anregung der Platte ist proportional zur Druckdifferenz, daher erhält man durch Diskretisierung von (5) und (6)

$$F_{pq} = \int_S \phi_{pq} (p_{I2} - p_{II2}) dS = -j\omega (Z_I^{pqnm} + Z_{II}^{pqnm}) a_{nm} + P_{pq} \quad (7)$$

Setzt man (7) in (2) ein, erhält man die Gleichung für die Koeffizienten a_{nm} :

$$(K_{pqnm} + j\omega (Z_I^{pqnm} + Z_{II}^{pqnm}) - \omega^2 M_{pqnm}) a_{nm} = P_{pq} \quad (8)$$

Schalldämmung der Platte

Zur Bestimmung der Schalldämmung der Platte wird das Messverfahren nachgebildet. Unter der Annahme, dass der Kanal einen nicht-reflektierenden Abschluss hat, breitet sich auf der rechten Seite der Platte nur eine ebene Welle in der +x- Richtung aus, während auf der linken Seite der Platte hin- und rücklaufende Wellen existieren (siehe Abb. 3).

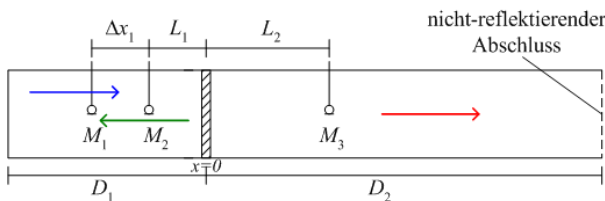


Abbildung 3: Ebene Wellen und Positionen der Mikrofone.

Wenn A , B und C die Amplituden der ebenen Wellen sind, wird der Transmissionsgrad als $\tau = |C|^2 / |A|^2$ definiert. τ lässt sich mit den Schalldrücken an den Mikrofonen p_{M1} , p_{M2} und p_{M3} schreiben als

$$\tau = \frac{|2 \sin k\Delta x_1|^2 |p_{M3}|^2}{|p_{M1} - p_{M2} e^{-jk\Delta x_1}|^2} \quad (9)$$

Formel (9) setzt voraus, dass $\Delta x_1 \leq c / f_{max}$, um genaue Ergebnisse zu simulieren.

Die Schalldämmung einer 1 mm dicken Aluminiumplatte wurde simuliert. Die Platte befand sich in einem 4 m langen Kanal mit quadratischem Querschnitt (0.25 m Seitenlänge). Um einen nicht-reflektierenden Abschluss vorzugeben, wurde die Impedanz $Z = \rho c$ auf S_4 betrachtet. Der

Transmissionsgrad wurde nach Gleichung (9) und der Schalldruck im Kanal nach den Gleichungen (5) und (6) berechnet. Zur Validierung der numerischen Methode wurde die Simulation mit dem Ergebnis einer Messung verglichen. Da im Experiment die Platte mit Klebstoff am Kanal fixiert war, wurde die Steifigkeit der Translationsfeder und Rotationsfeder so gewählt, dass die Simulation mit der Messung gut übereinstimmt (elastische RB).

Abb. 4 zeigt, dass die Behandlung der Platte als Kolben generell gute Ergebnisse liefert bis auf sehr tiefe Frequenzen. In Abb. 5 sieht man, dass die Schalldämmung von den gewählten RB stark beeinflusst wird.

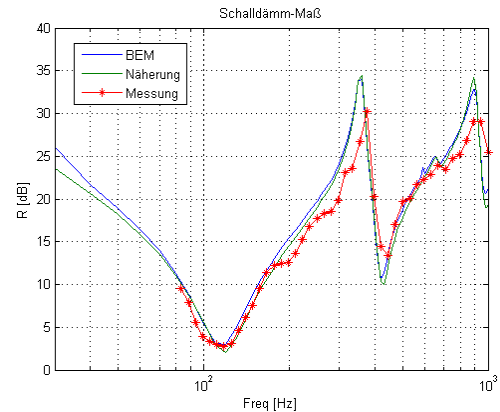


Abbildung 4: simuliertes und gemessenes Schalldämm-Maß.

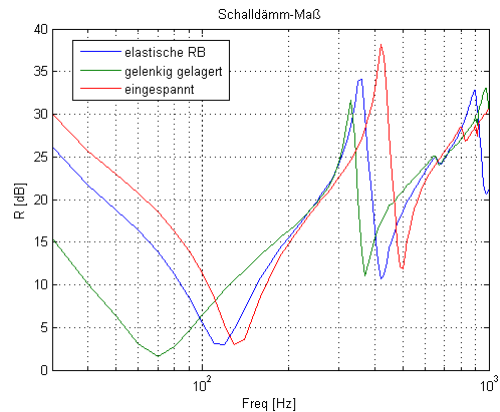


Abbildung 5: Schalldämm-Maß verschiedener RB.

Diese Arbeit wurde durch die DFG im Rahmen des Projektes "Umfassendes Rechenmodell für Schalltransmissionsprobleme" gefördert. Die Autoren danken Frau Aoki vom IBP Stuttgart für die Lieferung der Messdaten.

Literatur

- [1] Woodcock R., Nicolas J.: A generalized model for predicting the sound transmission properties of generally orthotropic plates with arbitrary boundary conditions. J. Acoust. Soc. Am. 97(2) (1995), 1099-1112.
- [2] Zhou X., Drotleff H., Leistner M., Zhang T., Bestimmung des Dissipations- und Transmissionsgrades dünner, endlicher Schichten bei senkrechtem Schalleinfall, Fortschritte der Akustik, DAGA 2007
- [3] Aoki Y., Sound Transmission through a thin Aluminium panel in a Kundt's Tube, interner Bericht, 2009