



Das folgende Werk steht unter der **Creative Commons Lizenz CC BY-NC-SA 4.0**
(Namensnennung – Nicht kommerziell – Weitergabe unter gleichen Bedingungen).
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/legalcode.de>

Didaktisches Konzept zur Ergänzung der Lehrveranstaltung „Mathematik II“ um die virtuelle Lernumgebung „Darstellung von Funktionen im Raum“

Linnea Pehl & Jessica Krohn
Stand: 31.12.2025

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	1
1. Einleitung	2
1.1 Bildungsproblem der Lehrveranstaltung	3
2. Begriffsdefinitionen.....	4
3. Ist-Analyse der Lehrveranstaltung	9
3.1 Organisatorischer Rahmen	9
3.2 Lehr-Lernziele.....	10
3.3 Prüfungsform.....	11
3.4 Lehr-Lernmethoden	12
3.4.1 Vermittlung.....	12
3.4.2 Aktivierung.....	14
3.4.3 Betreuung	14
4. Didaktisches Konzept	15
4.1 Lehr-Lernziele.....	15
4.2 Prüfungsform	18
4.3 Lehr-Lernmethoden	18
4.3.1 Vermittlung.....	18
4.3.2 Aktivierung	19
4.3.3 Betreuung	21
5. Gestaltung der VRLE	22
5.1 Mountain Match 1 und Mountain Match 2	22
5.2 Marble Run	24
5.3 Freeplay-Modus.....	26
6. Fazit.....	27
7. Literatur	29
8. Abbildungsverzeichnis.....	32
9. Anhang.....	33

1. Einleitung

Das folgende didaktische Konzept entstand im Rahmen des Projekts „Interaktive Lehre in virtuellen MINT-Laboren | MINT-VR-Labs“. Das Projekt hatte zum Ziel, die Hochschullehre an der Berliner Hochschule für Technik (BHT) um die Potenziale von Virtual-Reality-basierten Lernumgebungen (engl. *Virtual Reality Learning Environment*, kurz VRLE) zu erweitern und deren Einsatz evidenzbasiert zu evaluieren. Virtual Reality (VR) wird hierbei als computergenerierte Welt verstanden, die von Menschen als Simulation der Realität wahrgenommen wird und möglichst viele Sinnesmodalitäten anspricht, die mithilfe von Eingabegeräten gestaltet und verändert werden (Burdea & Coiffet, 2003). Vom Beginn des Projekts im August 2021 bis Ende Dezember 2025 wurden insgesamt elf interaktive virtuelle Lernumgebungen in verschiedenen Fachbereichen der Hochschule realisiert. Jede dieser Lernumgebungen war als „Open Educational Resource“ (OER) geplant, um ihre Zugänglichkeit auch für andere Hochschulen und Universitäten zu gewährleisten. Das Projekt wurde durch die „Stiftung Innovation in der Hochschullehre“ gefördert. Bei der Konzeption der virtuellen Lernumgebungen stand insbesondere der didaktische Mehrwert im Sinne einer gestaltungsorientierten Mediendidaktik im Mittelpunkt (Kerres, 2018). Das Projekt verfolgte den Anspruch, nur solche Lehrveranstaltungen um virtuelle Lernumgebungen zu ergänzen bei denen der Einsatz von VR- und AR-Technologien klare Vorteile für die Vermittlung spezifischer Lehr-Lerninhalte bot.¹

¹ Zu dem Mehrwert, den diese Lernumgebungen bieten können, zählt, dass Lernende in ihren individuellen Lernprozessen unterstützt werden können. Dies kann durch asynchrones Lernen geschehen. Zusätzlich können Lernende Übungen in ihren Vorkenntnissen entsprechend absolvieren. Der Einsatz von virtueller Realität eignet sich besonders für Lernumgebungen, deren didaktisches Ziel die Verbesserung von Motivation, räumlichem Vorstellungsvermögen oder/und die Vermittlung von

1.1 Bildungsproblem der Lehrveranstaltung

Im Sinne einer gestaltungsorientierten Mediendidaktik (Kerres, 2018) geschieht die Auswahl der um VR zu ergänzenden Lehrveranstaltung anhand einer pädagogischen Fragestellung, eines sogenannten Bildungsproblems. Die Fragestellung, die hierbei für das MINT-VR-Labs Projekt im Mittelpunkt stand, lautete:

„An welchen Stellen treten innerhalb der Lehrveranstaltung Verständnisprobleme seitens der Studierenden auf und wie können die Lernenden durch den Einsatz von virtuellen Lernumgebungen hierbei unterstützt werden?“

Die dritte virtuelle Lernumgebung, die im Rahmen des Projektes entstanden ist, ist Teil der Lehrveranstaltung Mathematik II (Lineare Algebra II, Analysis II) des Bachelorstudienganges Maschinenbau. Diese Lehrveranstaltung wurde ausgewählt, um mittels Virtual Reality die Studierenden darin zu unterstützen, ein intuitives Verständnis von Funktionen mehrerer Veränderlicher im Raum zu erlangen. Laut der betreuenden Lehrkraft weisen die Lernenden, die die Veranstaltung besuchen, eine große Heterogenität bzgl. ihres mathematischen Vorwissens auf. Einer Vielzahl der Studierenden fällt es schwer, sich Funktionen mehrerer Veränderlicher und deren kritische Punkte wie Hochpunkte, Tiefpunkte oder Sattelpunkte vorstellen zu können.

prozedurelem Wissen ist (Makransky, 2022). Auch das kollaborative Arbeiten zwischen Studierenden soll mittels virtueller Realität unterstützt werden. Finden Laborübungen in VR oder AR statt, bietet dies die Möglichkeit der ressourcenschonenden Wiederholung und der Simulation von gefährlichen Situationen. Zudem werden Studierende auf vernetzte Arbeitswelten vorbereitet, da sie durch die Verwendung von virtuellen Lernumgebungen mit der Bedienung der VR-Technik vertraut gemacht werden.

Da diese mathematischen Grundkenntnisse im weiteren Verlauf des Maschinenbaustudiums vorausgesetzt werden und anschließende Lehrveranstaltungen darauf aufbauen (z. B. Technische Mechanik II), ist es von hoher Relevanz, dass die Lernenden diese mathematischen Konstrukte verstanden haben. Genau an dieser Stelle setzt das didaktische Konzept der virtuellen Lernumgebung an, das darauf abzielt, das mathematische Vorstellungsvermögen der Studierenden dadurch zu stärken, dass mathematische Funktionen spielerisch in VR erlebbar gemacht werden.

2. Begriffsdefinitionen

Im Kontext von VR werden zumeist die Begriffe *Immersion* und *Presence* verwendet. Der Begriff der Immersion beschreibt die technischen Voraussetzungen, damit die Sinneseindrücke von Nutzenden möglichst umfassend angesprochen werden und somit eine Illusion der Realität entsteht (Buchner & Aretz, 2020). Slater und Wilbur (1997) beschreiben vier technische Eigenschaften, die für Immersion erforderlich sind. Diese Eigenschaften lauten *Inclusive*, *Extensive*, *Surrounding* und *Vivid*. Inclusive beschreibt, dass Sinneseindrücke ausschließlich durch Computer generiert werden und Nutzende von der realen Umwelt somit isoliert werden. Des Weiteren sollen so viele Sinneseindrücke wie möglich angesprochen werden (Extensive). Auch soll die computersimulierte Welt nicht nur auf ein enges Sichtfeld beschränkt sein, sondern die Nutzenden vollständig umgeben (Surrounding). Darüber hinaus soll die VR lebendig dargestellt werden (Vivid). Dies bezieht sich z. B. auf die Auflösung, die Farben und auditive Elemente.

Der Begriff Presence beschreibt hingegen das subjektive Gefühl der Nutzenden, sich in der virtuellen Welt anwesend bzw. präsent zu fühlen und als Konsequenz genau wie unter realen Bedingungen zu handeln (Sanchez-Vives & Slater 2005, zitiert nach Buchner & Aretz, 2020, S. 199). Es kann zwischen drei Dimensionen von Presence unterschieden werden: Der *physischen Dimension*, der *sozialen Dimension* und der *self-presence* (Makransky & Petersen, 2021).

Lee (2004) definiert physische presence als einen psychologischen Zustand, in dem virtuelle physische Objekte als reale physische Objekte entweder auf sensorische oder nicht-sensorische² Weise erlebt werden. Bei der sozialen presence werden virtuelle soziale Akteur:innen als reale soziale Akteur:innen auf sensorische oder nicht-sensorische Weise erlebt. Virtuelle Personen werden demnach als reale Personen wahrgenommen. Die Selbstpräsenz kennzeichnet sich dadurch, dass das virtuelle Selbst als das tatsächliche Selbst auf sensorische oder nicht-sensorische Weise erfahren wird.

Bei der Erstellung von VRLE gilt es, eine mögliche kognitive Überbelastung des Arbeitsgedächtnisses der in der VRLE agierenden Person zu vermeiden. Dieses verfügt über eine begrenzte Kapazität, die als *Cognitive Load* bezeichnet wird und beschreibt die Art und Menge der Informationen, die das Arbeitsgedächtnis zu einem bestimmten Zeitpunkt aufnehmen und speichern kann (Müser & Fehling, 2022). Hierbei kann zwischen drei Kategorien von Cognitive Load unterschieden werden: Dem *Intrinsic Cognitive Load*, dem *Extraneous Cognitive Load* und dem *Germane Cognitive Load*. Der *Intrinsic Cognitive Load* beschreibt die Belastung, die aus der

² Nicht-sensorisch bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die Wahrnehmung der virtuellen Objekte nicht über die klassischen Sinne (Sehen, Hören, Fühlen usw.) erlebt wird, sondern z. B. über kognitive (mentale Prozesse wie Denken und Vorstellen) oder emotionale Prozesse (Gefühle und emotionale Reaktionen) (Lombardt & Ditton, 1997).

immanenter Komplexität oder Schwierigkeit einer Lernaufgabe resultiert. Der Extraneous Cognitive Load ist die Belastung, die durch ein ungeeignetes didaktisches Design von Lehr-Lernmaterial hervorgerufen werden kann, indem überflüssige oder ablenkende Informationen eingefügt werden. Der Germane Cognitive Load ist die Synthese aus Intrinsic Cognitive Load und Extraneous Cognitive Load und bezeichnet die „effektive“ kognitive Belastung, bei der Lernende mentale Ressourcen für den tatsächlichen Lernprozess verwenden (ebd.). Aus der kognitiven Theorie des multimedialen Lernens (Mayer & Fiorella, 2021) lassen sich Gestaltungsprinzipien ableiten, um VRLE hinsichtlich einer Reduzierung des Extraneous Cognitive Load zu gestalten. So sollte dem Kohärenzprinzip folgend hedonistische Aktivitäten innerhalb der VR, die nicht der Unterstützung von Lernprozessen dienen, vermieden werden. Durch die Berücksichtigung des Signalprinzips bei der Gestaltung der Lernumgebung, indem beispielsweise relevante Objekte und Aktionen hervorgehoben werden, können Lernende darin unterstützt werden, ihre Aufmerksamkeit auf die für den Lernprozess relevanten Elemente zu lenken.

Makransky und Petersen (2021) halten in ihrem Cognitive Affective Model of Immersive Learning Modell (CAMIL) *Presence* und *Agency* als Eigenschaften fest, die in immersiver VR-Umgebung zu erfolgreichem Lernen führen.

From: The Cognitive Affective Model of Immersive Learning (CAMIL): a Theoretical Research-Based Model of Learning in Immersive Virtual Reality

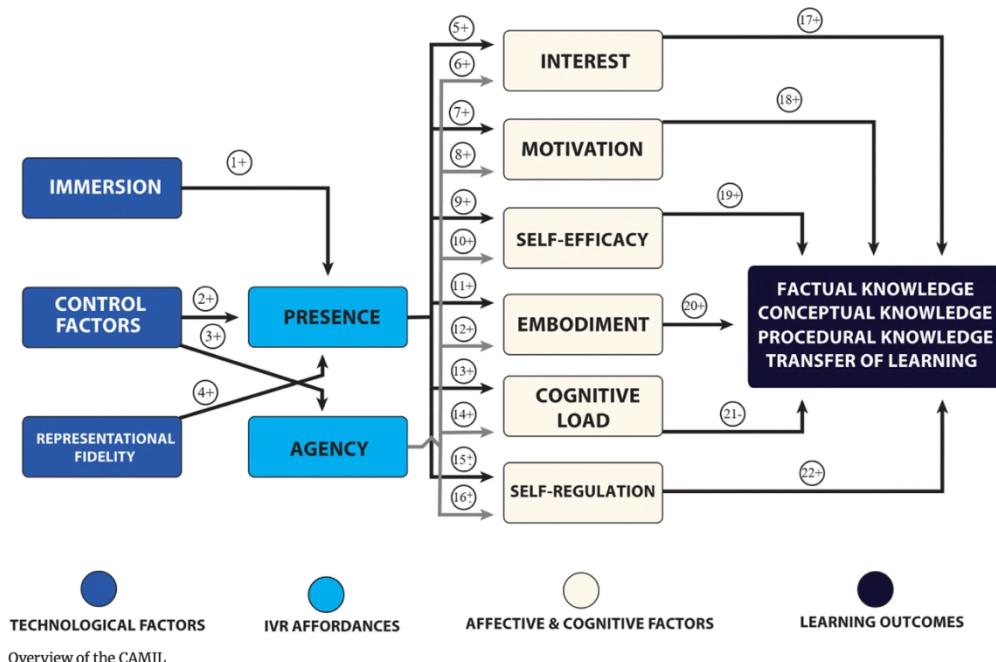


Abbildung 1. The Cognitive Affective Model of Immersive Learning (CAMIL), (Makransky & Petersen, 2021, S. 943). Nachdruck mit freundlicher Genehmigung der Autoren.³

Agency definieren sie als Gefühl, welches dadurch entsteht, dass Aktionen innerhalb der VR selbst erzeugt und gesteuert werden können. Das CAMIL Modell beschreibt, wie Presence und Agency aus technologischen Merkmalen resultieren und wie das Lernen durch affektive und kognitive Prozesse beeinflusst wird. Zu den technologischen Merkmalen, die das CAMIL-Modell berücksichtigt, zählen Immersion, Kontrollfaktoren und die Repräsentationsgenauigkeit. Der Begriff Kontrollfaktoren beschreibt, inwieweit in der VR Körperdarstellungen kontrolliert und die Umwelt

³ Dieses Werk steht unter der **Creative Commons Lizenz CC BY-NC-SA 4.0** (Namensnennung – Nicht kommerziell – Weitergabe unter gleichen Bedingungen). **Ausnahme:** Abbildung 1 wurde mit Genehmigung der Autoren (Makransky & Petersen, 2021) verwendet und ist **nicht** Teil dieser offenen Lizenz.

inklusive ihrer Objekte verändert werden können. Die Repräsentationsgenauigkeit bezieht sich auf den Realismus der Darstellung und auf die Konsistenz des Objektverhaltens. Zu den affektiven und kognitiven Faktoren, die berücksichtigt werden, zählen: Das situative Interesse der Lernenden, deren intrinsische Motivation und wahrgenommene Selbstwirksamkeit, ihr Embodiment (bezogen auf die Erfahrung einen virtuellen Körper zu besitzen), ihre kognitive Belastung und ihre Selbstregulierung. Makransky und Petersen (2021) unterstreichen in ihrem Modell die Bedeutung einer planvollen Nutzung von VR-Anwendungen im Lehr-/Lernkontext. Bei der Gestaltung von VR-basierten Lernumgebungen gilt es diese so zu gestalten, dass eine realistische Darstellung und ein reibungsloser Blickwechsel gewährleistet und ein hohes Maß an unmittelbarer Kontrolle erreicht werden kann. Auch heben sie hervor, wie wichtig es ist, einen potenziellen Cognitive Load bei der Gestaltung der Lernumgebung zu vermeiden.

Dörner et al. (2013) beschreiben vier Interaktionsmöglichkeiten innerhalb von VR-Anwendungen. Zum einen können Nutzende virtuelle Objekte auswählen (*Selektion*) und diese verändern (*Manipulation*). Zum anderen können sie Einfluss auf die *Navigation* innerhalb der VR-Anwendung nehmen, indem sie die eigene Position und die Blickrichtung verändern. Eine weitere Interaktionsmöglichkeit ist die der *Systemsteuerung*, innerhalb derer eine Interaktion mit dem VR-System selbst, wie etwa das Laden einer neuen Welt stattfinden kann.

Schwan und Buder (2006) gruppieren virtuelle Lernwelten entsprechend der in ihnen vorherrschenden lernbezogenen Interaktivität und deren Möglichkeiten der handlungsbezogenen Gestaltung. Dazu zählen Explorationswelten, Trainingswelten,

Experimentalwelten und Konstruktionswelten. Innerhalb von Explorationswelten können Lernende selbstgesteuerte Lernerfahrungen in authentischen Umgebungen sammeln und Parameter wie das Tempo oder den räumlichen Blickpunkt verändern. Trainingswelten rücken die Vermittlung von prozedurelem Wissen und psychomotorischen Fähigkeiten in den Mittelpunkt, besonders dann, wenn reale Trainings zu gefährlich oder mit hohen Kosten verbunden sind. In Experimentalwelten können Lernende physikalische Grenzen überwinden, u. a. innerhalb von Lernszenarien, die in der Realität nicht oder nur schwer möglich sind. Konstruktionswelten ermöglichen Lernenden, die Gestaltung einer (eigenen) virtuellen Umgebung vorzunehmen.

3. Ist-Analyse der Lehrveranstaltung

Nachfolgend wird die Ist-Analyse der Lehrveranstaltung Mathematik II (Lineare Algebra II, Analysis II) des Bachelorstudiengang Maschinenbau beschrieben. Als Grundlage der Analyse dient sowohl das Modulhandbuch des Studiengangs (Stand Juli 2017) als auch Gespräche mit der durchführenden Lehrkraft.

3.1 Organisatorischer Rahmen

Die Lehrveranstaltung findet in fünf Semesterwochenstunden statt und ist als seminaristischer Unterricht (SU) konzipiert. Der SU ist so organisiert, dass entweder jede Woche zweieinhalb Blöcke oder eine Woche zwei und die andere Woche drei Blöcke stattfinden, um auf insgesamt fünf Semesterwochenstunden (SWS) zu kommen. In Ausnahmefällen kann der Stundenplan so angepasst werden, dass die

wöchentlichen Stunden nicht in einem Block angeboten werden, sondern auf mehrere Tage verteilt sind (z. B. Dienstag zwei Blöcke, Donnerstag ein Block). Ein Block entspricht 90 Minuten. An der BHT bestehen die Lehreinheiten der Stundenpläne aus Blöcken von jeweils zwei Semesterwochenstunden (1 SWS = 45 Minuten). In der Regel besuchen die Studierenden die Veranstaltung im 2. Semester. Die Veranstaltung wird jedes Semester angeboten und regulär von bis zu 44 Studierenden besucht. Den Lernenden wird empfohlen, zuvor die Veranstaltung Mathematik I besucht zu haben, da die Veranstaltung inhaltlich auf diese aufbaut. Für die Durchführung des SU wird ein Seminarraum benötigt. Ergänzend zur Veranstaltung wird wöchentlich ein Tutorium angeboten, das die Studierenden freiwillig besuchen können ([siehe Kapitel 3.4.1](#)).

3.2 Lehr-Lernziele

Nachfolgend werden die kognitiven Lehr-Lernziele (LZ) der Lehrveranstaltung aufgelistet und der Lernzieltaxonomie nach Anderson und Krathwohl (2001) zugeordnet.

LZ1: Die Studierenden **beherrschen** die vertieften **Kenntnisse** der Matrizenmathematik (*Taxonomiestufe 2, Verstehen*), **können** sie für die Anwendung **einsetzen** (*Taxonomiestufe 3, Anwenden*) und können geometrische Aufgabenstellungen in der Ebene und im Raum **lösen** (*Taxonomiestufe 3, Anwenden*).

LZ2: Die Studierenden **kennen** Funktionen mehrerer Veränderlicher (Variablen) und ihre Ableitungen (*Taxonomiestufe 1, Erinnern*) und **können** diese für die Anwendung **einsetzen** (*Taxonomiestufe 3, Anwenden*).

LZ3: Die Studierenden **beherrschen** die grundlegenden Techniken zur Berechnung der Stammfunktion (*Taxonomiestufe 2, Verstehen*) und des bestimmten Integrals und **können** die Integralrechnung zur Lösung technischer Probleme anwenden (*Taxonomiestufe 3, Anwenden*).

LZ4: Die Studierenden **können** die komplexe Rechnung für Schwingungsprobleme **anwenden** (*Taxonomiestufe 3, Anwenden*).

LZ5: Die Studierenden **können** elementare lineare Differentialgleichungen **lösen** (*Taxonomiestufe 3, Anwenden*).

LZ6: Die Studierenden **können** Differentialgleichungen n-ter Ordnung in Differentialgleichungssysteme 1. Ordnung **umformen** (*Taxonomiestufe 4, Analysieren*).

LZ7: Die Studierenden **können** Kenntnisse der Differentialgleichungen für Anwendungen **einsetzen** (*Taxonomiestufe 3, Anwenden*).

3.3 Prüfungsform

Die Leistungen der Studierenden werden in Form einer analogen Klausur überprüft, in der die Lernenden mehrere Aufgaben berechnen sollen. Während der Prüfung dürfen die Lernenden ihre Unterlagen und einen Taschenrechner verwenden (Open-Book-Klausur)⁴. Die Modulnote setzt sich zu 100 % aus der Klausur zusammen, zum Bestehen dieser sind 50% der Punkte erforderlich. Bei Unklarheiten

⁴ Nutzung von Hilfsmitteln kann sich je nach Lehrkraft unterscheiden.

behält sich die Lehrende vor, einzelne Prüflinge nach der Klausur in eine mündliche Nachprüfung zu holen.

Findet die Lehrveranstaltung im Wintersemester statt, haben die Studierenden die Möglichkeit, Bonuspunkte zu erlangen, indem sie während der Weihnachtsferien zusätzliche Berechnungsaufgaben lösen. Dafür lässt die Lehrkraft den Studierenden zu Beginn der Ferien über das Learning Management System *Moodle* Aufgaben zukommen. Die Studierenden, die die Aufgaben gelöst haben und der Lehrkraft die Ergebnisse zukommen lassen, erhalten in der Klausur einen zusätzlichen Punkt.

3.4 Lehr-Lernmethoden

Nachfolgend werden die Lehr- und Lernmethoden beschrieben, die im Rahmen der Veranstaltung zum Erwerb der angestrebten Kompetenzen eingesetzt werden.

3.4.1 Vermittlung

Die Lehrveranstaltung gliedert sich in mehrere Phasen. Zum einen führt die Lehrkraft neue Inhalte in Form von Frontalunterricht ein. Zum anderen gibt es Phasen, in denen Übungsaufgaben besprochen und berechnet werden.

Die Inhalte der Lehrveranstaltung werden durch die Lehrperson zumeist als Präsentationen in Form von Frontalunterricht vermittelt. Frontalunterricht eignet sich besonders dann als Lehr-Lernform, wenn die Lehrperson die Inhalte gleichzeitig und effektiv an die Lernenden vermitteln möchte (Schaub & Zenke, 2000, zitiert nach Hoffmann, 2008). Dies kann sich besonders für das Einführen in neue Inhalte eignen. Grundsätzlich verfolgt diese Lehrform den Anspruch, dass eine Lehrkraft die Arbeits-, Interaktions- und

Kommunikationsprozesse in einem Lernverband steuern und kontrollieren kann (Meyer, 1987, zitiert nach Hoffmann, 2008). Zur Vermittlung der Inhalte nutzt die Lehrperson einen Beamer, um die Folien der einzelnen Sitzungen für alle sichtbar einblenden zu können.

Die Phasen, in denen Übungsaufgaben berechnet und besprochen werden, sind im Inverted-Classroom-Format konzipiert. Innerhalb des Kurses des Learning Management Systems sind zu den einzelnen Themenbereichen Übungsaufgaben hochgeladen, die die Lernenden zur kommenden Sitzung bearbeiten sollen. Zusätzlich befinden sich im Kurs Lösungen zu den Übungsaufgaben, damit die Studierenden die Richtigkeit ihrer Lösungen vorab kontrollieren können. Somit können in der Lehrveranstaltung in Präsenz gezielt nur die Aufgaben besprochen werden, bei denen Verständnisprobleme aufgetreten sind. Teilweise werden weitere Übungsaufgaben, die vorab nicht im Kurs hochgeladen wurden, in Einzelarbeit während der Veranstaltung von den Studierenden berechnet.

Neben den Übungsaufgaben befinden sich in dem Kurs des Learning Management Systems auch Links zu Animationen einiger mathematischer Konstrukte innerhalb der Mathematiksoftware GeoGebra. Diese Links können direkt im Browser aufgerufen werden. Die Animationen ermöglichen es den Lernenden, einzelne Parameter eigenständig zu verändern und dazu ein visuelles Live-Feedback zu erhalten.

Ergänzend zur Lehrveranstaltung wird ein wöchentliches Tutorium angeboten, das die Lernenden freiwillig besuchen können. Im Tutorium werden Übungsaufgaben aus der Lehrveranstaltung erneut berechnet und besprochen sowie zusätzliche Aufgaben gelöst.

3.4.2 Aktivierung

Dadurch, dass die Studierenden außerhalb des SU Aufgaben im eigenen Tempo bearbeiten und eigenständig auf ihre Richtigkeit kontrollieren können, werden sie dazu angeregt, sich aktiv mit den Lerninhalten auseinanderzusetzen. In den einzelnen Sitzungen des SU werden die berechneten Aufgaben entweder von den Lernenden selbst oder von der Lehrperson vorgestellt. Die Animationen mathematischer Konstrukte innerhalb der Mathematiksoftware GeoGebra verfügen über gezielte Aktivitätsaufforderungen (Bsp.: „Setze den Wert x ein oder deaktiviere die Einblendung x .“) und können gerade Lernenden mit geringem Vorwissen darin unterstützen, sich aktiv mit den Inhalten auseinanderzusetzen.

3.4.3 Betreuung

Die Lehrveranstaltung wird von der entsprechenden Lehrkraft betreut, die Betreuung des Tutoriums erfolgt durch eine studentische Hilfskraft. Die Dozentin steht bei Fragen sowohl innerhalb des SU als auch während einer Sprechstunde zur Verfügung. Während der Veranstaltung erhalten die Studierenden eine direkte Rückmeldung zu den von ihnen vorab bearbeiteten Aufgaben und zu den in der Veranstaltung bearbeiteten Aufgaben. Darüber hinaus befindet sich innerhalb des Kurses des Learning Management Systems ein Forum, in dem die Studierenden Fragen stellen und sich untereinander austauschen können.

4. Didaktisches Konzept

Nachfolgend wird zunächst das didaktische Konzept zur Ergänzung der Lehrveranstaltung „Mathematik II“ um die virtuelle Lernumgebung „Darstellung von Funktionen im Raum“ beschrieben. Daran anknüpfend erfolgt eine Beschreibung der Gestaltung der virtuellen Lernumgebung und deren Levelaufbau.

Diese Lehrveranstaltung wurde ausgewählt, um sie um eine virtuelle Lernumgebung zu ergänzen, da durch die in der Lehrveranstaltung vorherrschenden Lehrform des Frontalunterrichts eine aktive Auseinandersetzung der Lernenden mit den Lerninhalten unter Umständen zu kurz kommen kann. Darüber hinaus zeigt sich in der Lehrpraxis, dass die Anzahl der Lernenden, die vorab zu Hause Übungsaufgaben berechnen, eher gering ist. Durch die Ergänzung um eine virtuelle Lernumgebung wird angestrebt, die Möglichkeiten zur Aktivierung der Lernenden zu erweitern.

4.1 Lehr-Lernziele

Im Folgenden werden die Lehr-Lernziele der virtuellen Lernumgebung anhand der einzelnen Level aufgelistet und der Taxonomie nach Anderson und Krathwohl (2001) zugeordnet (s. Abb. 2). Die Lehr-Lernziele wurden gemeinsam mit der Lehrkraft abgestimmt und neu formuliert.

Mountain Match 1 und 2

Das Lehr-Lernziel für die beiden Level „Mountain Match 1“ und „Mountain Match 2“ ist dasselbe und lautet:

LZ1: Die Studierenden **können** bestimmte parametrisierte Funktionen nach einem Beispiel **nachbauen** (*Taxonomiestufe 3, Anwenden*) und den Einfluss von Parametern auf eine Gleichung verstehen (*Taxonomiestufe 2, Verstehen*).

Die beiden Level unterscheiden sich durch den Grad an Hilfestellung, die den Lernenden zur Verfügung gestellt wird. Bei Mountain Match 1 werden die Auswirkungen der veränderten Parameter in Echtzeit angezeigt. Bei Mountain Match 2 werden diese erst nach der Auswertung angezeigt.

Marble Run

Die Lehr-Lernziele für das Level „Marble Run“ lauten:

LZ1: Die Studierenden **können** anhand von Höhenlinien den Verlauf einer mehrdimensionalen Funktion **erkennen** (*Taxonomiestufe 2, Verstehen*) und anhand einer vorgegebenen Startposition einen ausgewählten Tiefpunkt eines Graphen **vorhersagen** (*Taxonomiestufe 3, Anwenden*). Ein Tiefpunkt ist jedoch nicht immer automatisch der Endpunkt, insbesondere wenn der Rand des dargestellten Gebiets erreicht wird. Dabei ist zu beachten, dass die Kugel im Gebirge immer weiter herunterrollen würde. Wenn die Kugel jedoch den Rand des betrachteten Gebiets erreicht, kann sie theoretisch weiter rollen, was jedoch außerhalb des betrachteten Bereichs nicht mehr berücksichtigt wird.



Abbildung 2. Darstellung der Höhenlinien auf einer abgeflachten Karte eines Gebirges im Spiel Marble Run.

Da die Höhenlinien in Form einer abgeflachten Karte eines Gebirges, angelehnt an eine Wanderkarte, dargestellt werden (s. Abb. 3), lautet ein weiteres Lehr-Lernziel:

LZ2: Die Studierenden sind in der Lage, Höhenangaben einer Wanderkarte zu lesen (*Taxonomiestufe 2, Verstehen*) und korrekt zu deuten (*Taxonomiestufe 3, Anwenden*).

Freeplay-Modus

Die Lehr-Lernziele für das Level „Freeplay-Modus“ lauten:

LZ1: Die Studierenden **verstehen** den Zusammenhang zwischen einer Formel und deren Darstellung (*Taxonomiestufe 2, Verstehen*). In diesem Level können die Lernenden spielerisch mathematische Systeme erfahren und ihre mathematische Vorstellungskraft dadurch erhöhen, dass sie eigene Funktionen generieren und betrachten können.

4.2 Prüfungsform

Bei der Ergänzung der Lehrveranstaltung „Mathematik II“ um die virtuelle Lernumgebung gilt dieselbe Prüfungsform wie bei der Durchführung der Lehrveranstaltung ohne den Einsatz von VR. So setzt sich die Prüfungsleistung auch hier zu 100 % aus einer Klausur im Open-Book-Verfahren zusammen.

4.3 Lehr-Lernmethoden

Nachfolgend werden die Lehr- und Lernmethoden beschrieben, die im Rahmen der Veranstaltung zum Erwerb der angestrebten Kompetenzen eingesetzt werden. Eine genauere Beschreibung der Gestaltung der virtuellen Lernumgebung „Darstellung von Funktionen im Raum“ erfolgt im [5. Kapitel](#).

4.3.1 Vermittlung

Die Lehrveranstaltung folgte zunächst demselben Ablauf wie die Lehrveranstaltung ohne den Einsatz von VR. Auch hier wurden die Inhalte durch die Lehrperson zumeist als Präsentationen in Form von Frontalunterricht vermittelt, ergänzt um die asynchron bearbeiteten Übungsaufgaben durch die Studierenden. Ab der Hälfte des Semesters nahm die Einbindung der virtuellen Lernumgebung Einfluss auf den üblichen Ablauf der Lehrveranstaltung.

Der Einsatz der virtuellen Lernumgebung erfolgte an mehreren Terminen zu Zeiten des SU mit jeweils einer Teilgruppe der Studierenden. Die Studierenden konnten sich vorab über das LMS eigenständig für einen der jeweiligen Termine eintragen. Die Anzahl der Termine richtete sich nach der Kohortengröße der Studierenden,

die sich für die Veranstaltung angemeldet hatten, und nach der Anzahl der zu betreuenden VR-Gruppen.

An den Terminen, an denen die VR-basierte Lernumgebung eingesetzt wurde, besuchte die Teilgruppe, die sich gerade nicht in VR befand, wie gewohnt die Lehrveranstaltung. Nachdem die VR-Gruppe die virtuelle Lernumgebung absolviert hatte, wechselten die Gruppen.

4.3.2 Aktivierung

Durchlaufen Studierende die VR-basierte Lernumgebung, findet eine technikorientierte Interaktion zwischen den Nutzenden und dem Medium (virtuelle Lernumgebung) statt. Hierbei sind die Aktionen und Reaktionen vorab programmiert worden, die Nutzenden haben jedoch Eingriffs- und Steuerungsmöglichkeiten. Die Lernprozesse der Studierenden sollen dadurch unterstützt werden, dass sie sich eigenständig virtuell um den Funktionsgraphen bewegen können. In der VR-Anwendung ist eine Steuerung zum einen durch die Bewegung des Kopfes und der damit verbundenen Bewegung der Brille möglich. Darüber hinaus können sich die Lernenden mithilfe der Controller durch die virtuelle Lernumgebung bewegen.

Als Hilfestellung zur Bewegung im virtuellen Raum dienen Tutorials auf Texttafeln, die die Bedienung der Controller erklären (s. Abb. 4).

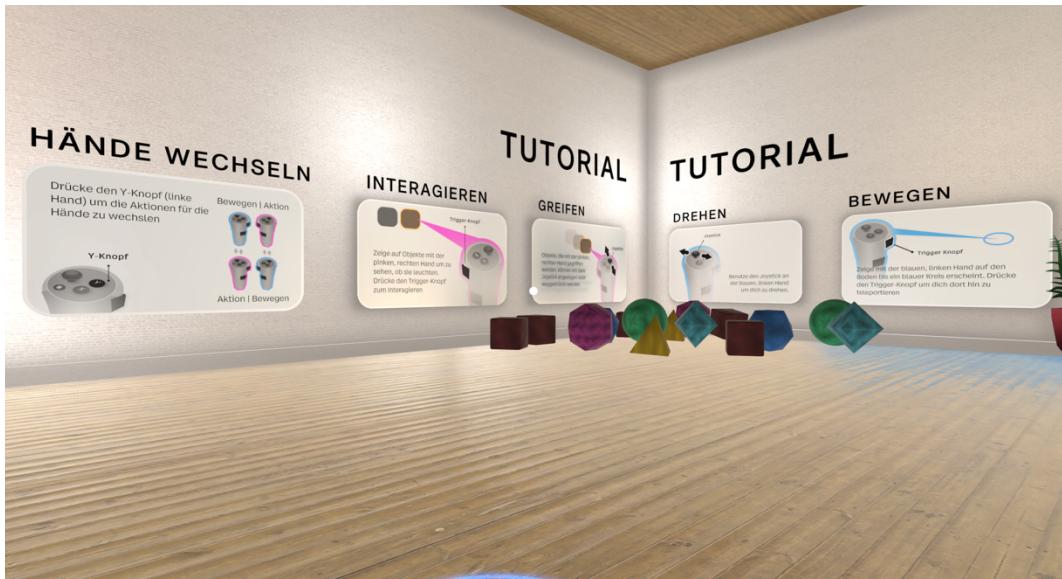


Abbildung 3. Tutorials zum Bedienen der Controller.

Für jedes Level stehen zusätzliche Tutorials in Form eines Kurzvideos zur Verfügung. In diesen werden zum einen die zugehörigen Interaktionsmöglichkeiten erklärt und zum anderen fachliche Hinweise zum Bewältigen der Level erläutert.

Dadurch, dass die Lernenden entscheiden können, ob sie sich die Tutorials anschauen möchten oder nicht, wird versucht, dabei sowohl Studierende mit wenig als auch mit viel Vorwissen zu berücksichtigen. Darüber hinaus sind in jedem Level Tafeln an der Wand des virtuellen Seminarraums angebracht, die Definitionen von mathematischen Begriffen (Extrempunkt, Sattelpunkt, Tangentialebene, Gradienten) aufzeigen (s. Abb. 5). Dies soll Lernende, die weniger mathematisches Vorwissen mitbringen, in ihrem Lernen unterstützen.



Abbildung 4. Tafeln mit Definitionen von mathematischen Begriffen.

In allen drei Leveln erhalten die Lernenden textuelles Feedback, wenn sie einen falschen Wert eingeben. Dieses Feedback unterscheidet sich von Level zu Level ([siehe Kapitel 5](#)). Ferner kann die virtuelle Lernumgebung auch in einem Multiplayer-Modus absolviert werden. Dabei können mehrere Lernende an einer Online-Session teilnehmen und gleichzeitig an denselben Aufgabenstellungen arbeiten.

4.3.3 Betreuung

Bevor die Studierenden die VR-Anwendung virtuell absolvierten, erhielten sie eine Einführung zu den technischen Grundfunktionen der VR-Brillen. Dafür wurde den Lernenden zunächst die Funktionsweise der Controller und das korrekte Aufsetzen der VR-Brille erklärt. Darüber hinaus wurden die Studierenden hinsichtlich eines potenziellen Auftretens von Motion Sickness und des Umgangs damit aufgeklärt, also des möglichen Unwohlseins innerhalb der virtuellen Lernumgebung.

Anschließend hatten alle Lernenden die Möglichkeit, sich in VR zu bewegen und die verschiedenen Funktionen der Controller auszuprobieren. Die für die technische Einführung vorgesehene Zeit

variierte je nach Kohortengröße. Bei einer Gruppengröße von sechs Personen wurden ca. 45 Minuten und acht Brillen eingeplant, zwei Brillen dienten als Backup, falls es zu technischen Problemen kommen sollte.

Damit die Betreuung der Lernenden, während sie sich in der VR befanden, erleichtert wurde, wurde das Live-Bild der Anwendung auf einen Monitor gestreamt. Für die im Projekt verwendeten VR-Brillen der Typen Meta Quest Pro und Meta Quest 2 musste vorab sichergestellt werden, dass in dem Raum, in dem die technische Einführung stattfand, eine stabile WLAN-Verbindung vorhanden war, da eine Übertragung des Live-Bildes ansonsten nicht möglich gewesen wäre.

5. Gestaltung der VRLE

Die VR-Anwendung ist in drei Level und einem Freeplay-Modus unterteilt. Die drei Level sind zusätzlich unterteilt in eigene Level bzw. Aufgaben. Innerhalb der virtuellen Übung befinden sich die Lernenden in einem Seminarraum, in dessen Mitte sich Funktionen mehrerer Veränderlicher einblenden lassen. Bei der Gestaltung der VR-Anwendung wurde versucht, das Kohärenzprinzip und das Signalisierungsprinzip der Kognitiven Theorie des multimedialen Lernens (Mayer & Fiorella, 2021) zu berücksichtigen. So wurde auf hedonistische Aktivitäten innerhalb der VR, die nicht der Unterstützung von Lehr-Lernprozessen dienen, verzichtet.

5.1 Mountain Match 1 und Mountain Match 2

Im ersten Level **Mountain Match 1** (s. Abb. 6) sollen die Lernenden Funktionen durch das Verändern von Parametern erzeugen, bis diese

dem Verlauf einer vorgegebenen Funktion, dargestellt als ein Berg, entsprechen. Dafür wird ihnen die aktive Formel und die substituierte Formel eingeblendet. Verändern die Lernenden die Parameter „p“ und „q“, können sie direkt an der Funktion „Aktuell“ ablesen, welchen Einfluss diese Veränderung auf die Funktion nimmt. Das Level besteht aus vier Aufgaben, bei denen es gilt, mehrere Parameter einzustellen. Bei den ersten beiden Aufgaben gilt es den Parameter „p“ einzustellen, bei der dritten Aufgabe sollen „p“ und „q“ eingestellt werden.

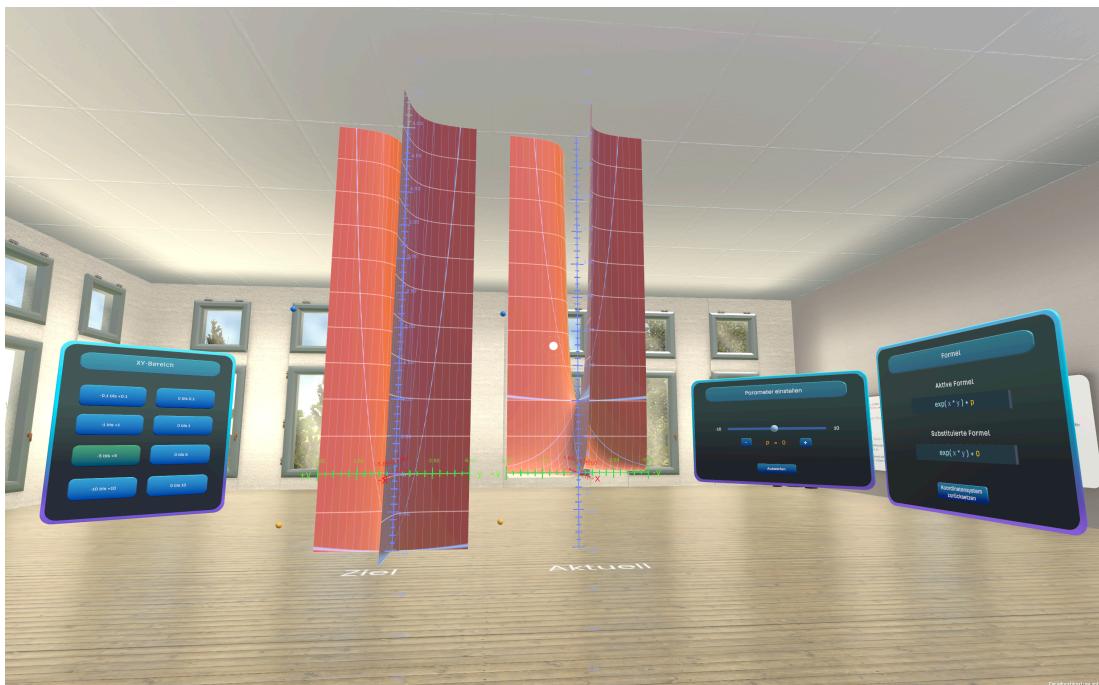


Abbildung 5. Mountain Match 1 Level 1.

Das zweite Level **Mountain Match 2** (s. Abb. 7) ist ähnlich aufgebaut wie das erste Level, allerdings kann die Veränderung der Funktion „Aktuell“ erst dann abgelesen werden, wenn die Schaltfläche „Auswerten“ gedrückt wird. Dieses Level besteht aus vier Aufgaben. Bei den ersten beiden Aufgaben gilt es den Parameter „p“ einzustellen, bei der dritten Aufgabe sollen „p“ und „q“ eingestellt werden. Bei der vierten Aufgabe sollen „p“ und „q“ und „r“ eingestellt

werden. Sowohl in Mountain Match 1 als auch in Mountain Match 2 ist das textuelle Feedback bei der Eingabe eines falschen Parameters gestaffelt. Wird zum ersten Mal ein falscher Wert für „p“ oder „q“ oder „r“ eingegeben, wird der Text „Schau dir die Formel zu deiner Rechten an, um zu verstehen, wie sich der Parameter auswirkt.“ angezeigt. Beim zweiten Mal wird „Noch nicht ganz: p: Falsch“ (oder „q“/ „r“ „: Falsch“) eingebendet, beim dritten Mal ist „Immer noch nicht ganz: p: Weit entfernt“ (oder „q“ / „r“ „weit entfernt“) zu sehen. Wird „p“, „q“ oder „r“ zum vierten Mal falsch eingegeben, wird der korrekte Wert für diesen genannt (z. B. „Die Lösung lautet p: -3“).

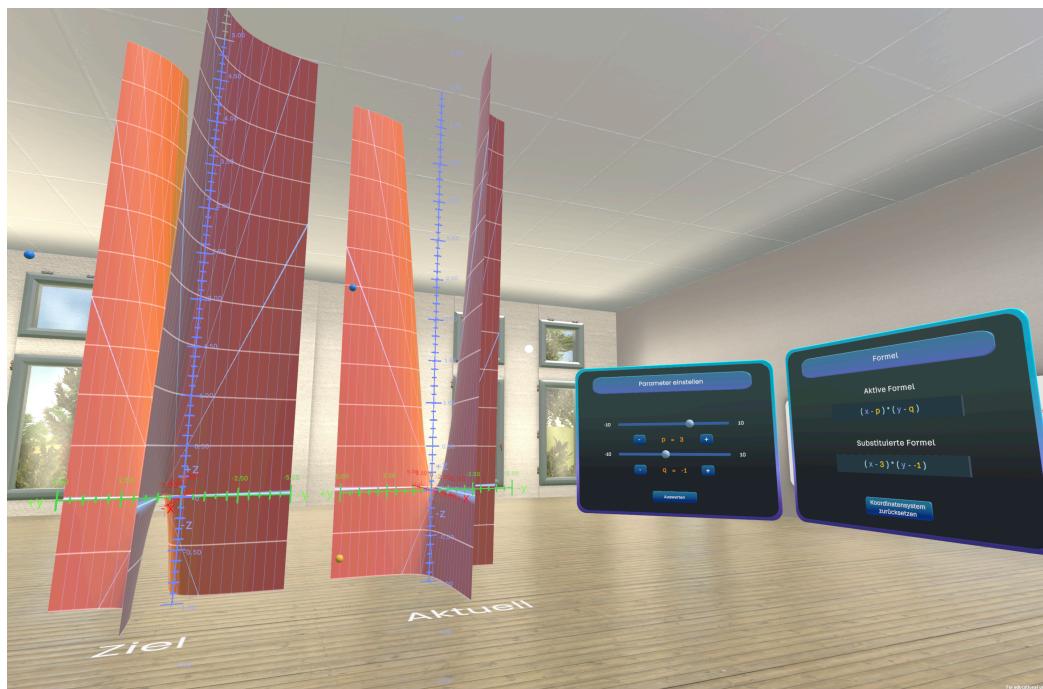


Abbildung 6. Mountain Match 2 Level 1.

5.2 Marble Run

Das dritte Level (**Marble Run**) kennzeichnet sich dadurch, dass die Lernenden anhand von vorgegebenen Höhenlinien den Endpunkt einer Kugel im dargestellten Gebiet an einer Wanderkarte

angelehnten Karte, vorhersagen sollen (s. Abb. 8). Dabei markiert die gelbe Kugel mit Pfeil den Startpunkt einer Murmel und deren Bewegungsrichtung. Die Lernenden sollen nun den Weg der Murmel anhand der vorgegebenen Höhenlinien vorhersagen und den korrekten Endpunkt der Murmel auf der Karte markieren. Als Hilfestellung wird der Hinweis eingeblendet, dass die Murmel maximal eine Distanz von vier Einheiten wandert.



Abbildung 7. Marble Run.

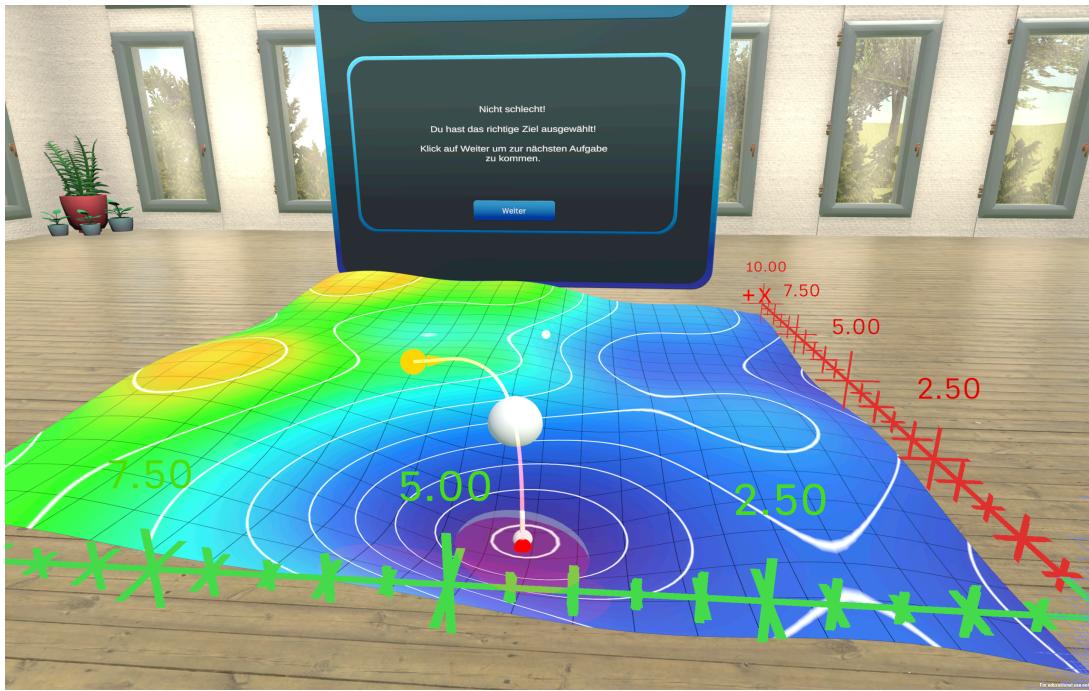


Abbildung 8. Marble Run.

Auch in diesem Level ist das textuelle Feedback, welches die Lernenden bei der Auswahl eines falschen Endpunktes erhalten, gestaffelt. Bei einer ersten falschen Angabe des Endpunktes wird der Text „Schau dir die Höhenlinien und den Richtungspfeil an, um die Topografie zu verstehen“ eingeblendet. Bei einer erneuten falschen Eingabe erscheint ein Hinweis darauf, ob der x-Wert oder der y-Wert falsch angegeben wurde (z. B. „Nicht ganz: x: Falsch y: Falsch“). Wird zum dritten Mal ein falscher Endpunkt angegeben, erhalten die Lernenden eine Rückmeldung dazu, wie weit der eingegebene x- oder y-Wert von der richtigen Lösung abweicht (z. B. „Immer noch nicht ganz richtig: x: Etwas entfernt y: Weit entfernt“). Bei der vierten falschen Eingabe werden die korrekten x- und y-Werte eingeblendet.

5.3 Freeplay-Modus

Im **Freeplay-Modus** (s. Abb. 10) können die Lernenden spielerisch mathematische Systeme erfahren und ihre mathematische

Vorstellungskraft dadurch erhöhen, dass sie über eine Texteingabe eigene Funktionen generieren und betrachten können. Die Funktion kann neben den Variablen x und y auch von weiteren Parametern abhängen, die live verändert werden können, sodass deren Einfluss untersucht werden kann.



Abbildung 9. Freeplay-Modus.

6. Fazit

Das vorliegende didaktische Konzept schildert, wie die im Rahmen des Projektes „Interaktive Lehre in virtuellen MINT-Laboren“ (MINT-VR-Labs) entstandene virtuelle Lernumgebung „Darstellung von Funktionen im Raum“ in die Lehrveranstaltung „Mathematik II“ des Bachelorstudienganges Maschinenbau der Berliner Hochschule für Technik eingebunden wird.

Ziel war es dabei, die Präsenzlehre zu ergänzen. Bei der virtuellen Lernumgebung handelt es sich um die dritte Anwendung, die gemeinsam mit dem Projektteam und einem externen Partner entwickelt wurde. Da sich der Einsatz von virtueller Realität u. a. für Lehr-Lernszenarien eignet, in denen Lernende in Experimentalwelten

physische Grenzen überwinden und Versuche durchführen können, die in Realität nicht oder nur schwer möglich sind, wie etwa das Betrachten von Funktionen, wurde diese Lehrveranstaltung ausgewählt.

Die virtuelle Lernumgebung wurde im Sommersemester 2023 zum ersten Mal in der Hochschullehre eingesetzt und hinsichtlich der Wirkung des Einsatzes auf den Kompetenzerwerb der Studierenden und ihrer Usability evaluiert. Mittlerweile wurde die VR-Anwendung bereits in anderen Studiengängen und Lehrveranstaltungen der Berliner Hochschule für Technik eingesetzt und erprobt.

Ein wichtiger Schritt zur praktischen Integration dieser Lernformate an der Hochschule ist die Einrichtung einer VR-Zone in der Campusbibliothek. Diese bietet Studierenden und Lehrenden die Möglichkeit, die entwickelten Anwendungen eigenständig zu erleben und in ihren Lehr- und Lernalltag zu integrieren.

7. Literatur

- Anderson, L. W. & Krathwohl, D. R. (2001). *A Taxonomy for Learning, Teaching and Assessing: A Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives*. Longman.
- Buchner, J. & Aretz, D. (2020). Lernen mit immersiver Virtual Reality: Didaktisches Design und Lessons Learned. In K. Rummler, I. Koppel, S. Aßmann, P. Bettinger & K. D. Wolf (Hrsg.), *MedienPädagogik: Zeitschrift für Theorie Und Praxis Der Medienbildung* 17 (Jahrbuch Medienpädagogik), 195–216.
<https://www.medienpaed.com/article/view/794>
- Burdea, G. C. & Coiffet, P. (2003). *Virtual Reality Technology* (2. Aufl.). John Wiley & Son.
- Dörner, R., Geiger, C., Oppermann, L. & Paelke, V. (2013). Interaktionen in Virtuellen Welten. In R. Dörner, W. Broll, P. Grimm, B. Jung (Hrsg.), *Virtual und Augmented Reality (VR / AR)*. eXamen.press. Springer Vieweg, Berlin, Heidelberg.
https://doi.org/10.1007/978-3-642-28903-3_6
- e-teaching (2021). *Inverted Classroom*. <https://www.e-teaching.org/lehrszenarien/vorlesung/inverted-classroom>
- GeoGebra (2023). *Was ist GeoGebra?*
<https://www.geogebra.org/about>
- Hoffmann, B. (2008). *Frontalunterricht*. Universität Trier.
<https://silo.tips/download/frontalunterricht-std-bernhard-hoffmann-2008-universitt-trier-2008-universit#google vignette>
- Kerres, M. (2018). *Mediendidaktik: Konzeption und Entwicklung mediengestützter Lernangebote* (5. Aufl.). De Gruyter Oldenbourg Verlag.

- Lee, K. M. (2004). Presence, explicated. *Communication Theory*, 14(1), 27
50. http://wiki.commres.org/pds/Project_7eNrf2010_2f_ec_82_ac_ed_9a_8c_ed_95_99_ec_a0_81_ec_a0_91_ea_b7_bc/Presence.pdf.
- Lombard, M. & Ditton, T. B. (1997). At the heart of it all: The concept of presence. *Journal of Computer-Mediated Communication*, 3(2). <https://doi.org/10.1111/j.1083-6101.1997.tb00072.x>
- Makransky, G. (2022). The Immersion Principle in Multimedia Learning. In R. Mayer & L. Fiorella (Hrsg.), *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning* (S. 296–303). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/978108894333.031>
- Makransky, G. & Petersen, G. B. (2021). The Cognitive Affective Model of Immersive Learning (CAMIL): A Theoretical Research-Based Model of Learning in Immersive Virtual Reality. *Educational Psychology Review*, 33(3), 937–958. <https://doi.org/10.1007/s10648-020-09586-2>
- Mayer, R. E. & Fiorella, L. (2021). *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning* (3. Aufl.). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/978108894333>
- Müser, S. & Fehling, C. D. (2022). AR/VR.nrw – Augmented und Virtual Reality in der Hochschullehre. *HMD Praxis der Wirtschaftsinformatik*, 59(1), 122–141. <https://doi.org/10.1365/s40702-021-00815-y>
- Slater, M. & Wilbur, S. (1997). A Framework for Immersive Virtual Environments (FIVE): Speculations on the Role of Presence in Virtual Environments. *Presence: Teleoperators & Virtual Environments*, 6, 603–616. <https://doi.org/10.1162/pres.1997.6.6.603>
- Schwan, S. & Buder, J. (2006). *Virtuelle Realität und E-Learning*.

<https://www.e-teaching.org/didaktik/gestaltung/vr/vr.pdf>

8. Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1. The Cognitive Affective Model of Immersive Learning (CAMIL), (Makransky & Petersen, 2021, S. 943). Nachdruck mit freundlicher Genehmigung der Autoren.	7
Abbildung 2. Darstellung der Höhenlinien auf einer abgeflachten Karte eines Gebirges im Spiel Marble Run.....	17
Abbildung 3. Tutorials zum Bedienen der Controller.....	20
Abbildung 4. Tafeln mit Definitionen von mathematischen Begriffen.....	21
Abbildung 5. Mountain Match 1 Level 1	23
Abbildung 6. Mountain Match 2 Level 1.....	24
Abbildung 7. Marble Run.....	25
Abbildung 8. Marble Run.....	26
Abbildung 9. Freeplay-Modus.....	27

9. Anhang

Danksagungen

Wir danken der „Stiftung Innovation in der Hochschullehre“ für die Finanzierung des Projekts „Interaktiver Unterricht in virtuellen MINT-Labors“ (FBM2020-EA-2650-07710). Wir danken allen aktuellen und ehemaligen Teammitgliedern des Projekts für ihre Fachkompetenz und ihre Unterstützung bei der Entwicklung des didaktischen Designs. Besonders danken wir den beteiligten Lehrkräften, deren fachliche Expertise, didaktische Erfahrung und konstruktive Rückmeldungen maßgeblich zur Ausarbeitung dieses didaktischen Konzepts beigetragen haben. Ihr Engagement und ihre Bereitschaft, innovative Lehransätze zu erproben, haben das Konzept entscheidend bereichert.

Zitationsvorschlag

Pehl, L., & Krohn, J. (2025). *Didaktisches Konzept zur Ergänzung der Lehrveranstaltung „Mathematik II“ um die virtuelle Lernumgebung „Darstellung von Funktionen im Raum“*. Projekt MINT-VR-Labs, Berliner Hochschule für Technik. Abgerufen am 31.12.2025, verfügbar unter <https://projekt.bht-berlin.de/mint-vr-labs>

Lizenzbedingungen

Dieses Werk steht unter der **Creative Commons Lizenz CC BY-NC-SA 4.0** (Namensnennung - Nicht kommerziell - Weitergabe unter gleichen Bedingungen).

Ausnahme: Abbildung 1 wurde mit Genehmigung der Autoren (Makransky & Petersen, 2021) verwendet und ist **nicht** Teil dieser offenen Lizenz.