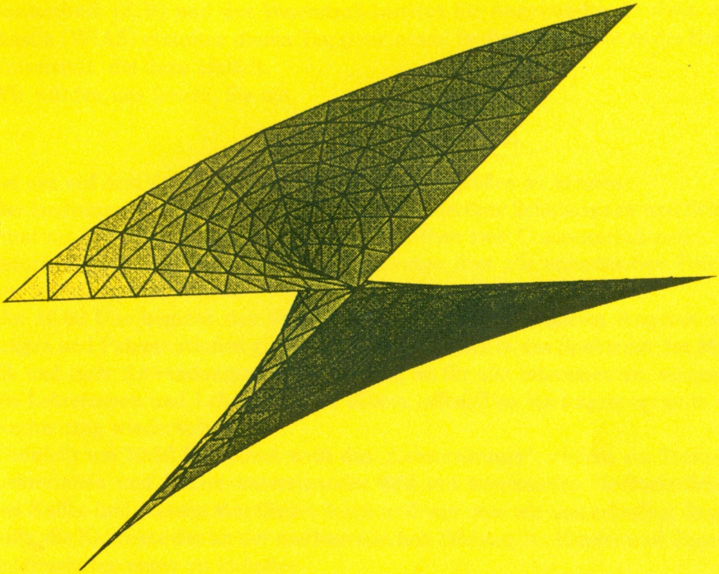


Berliner Tag der Mathematik an der Humboldt-Universität

Samstag, 19. Mai 2001

Liebe Schülerinnen und Schüler,
liebe Lehrerinnen, Lehrer und Eltern,

der Tag der Mathematik ist in Berlin zu einer guten Tradition geworden. Er findet in diesem Jahr bereits zum sechsten Mal statt. Die drei Berliner Universitäten, die Technische Fachhochschule Berlin (TFH), das Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik (ZIB) und das Weierstraß-Institut für Angewandte Analysis und Stochastik (WIAS) gestalten diesen Tag gemeinsam. In diesem Jahr ist es die Humboldt-Universität, die dazu einlädt.
Wir würden uns freuen, Sie am

Samstag, dem 19. Mai 2001,

bei uns auf dem Campus in Berlin-Adlershof begrüßen zu können.
Der traditionelle Mannschaftswettbewerb der Berliner Schülerinnen und Schüler beginnt um 9.00 Uhr. Ebenfalls um 9.00 Uhr öffnen zwei Computerkabinette. Es kann gesurft werden, und man kann den Fachleuten dort alle erdenklichen Fragen rund um den Computer stellen.
Um 10.00 Uhr beginnt das Vortragsprogramm; ein attraktives Angebot von Vorträgen und Präsentationen gibt einen guten Einblick in das Spektrum der Mathematik und ihrer Anwendungen. Jeder Vortrag ist für alle Interessenten, eingeschlossen die Lehrerinnen und Lehrer und die Eltern, offen. Das Vortragsprogramm wird am Nachmittag wiederholt.
Ebenfalls um 10.00 Uhr öffnet auch das „Lehrerzimmer", in dem ein Treffpunkt für Lehrerinnen und Lehrer untereinander und mit anwesenden Hochschullehrkräften bei Kaffee und Keksen stattfinden kann und von dem wir uns erhoffen, dass es mithilft, die Kontakte der an der mathematischen Bildung der Kinder und Jugendlichen Interessierten enger zu knüpfen.
Ab 10.45 Uhr ist die neue Bibliothek des Instituts für Mathematik mit ihrem einladenden Lesesaal geöffnet. Die große Freihandbibliothek kann bis etwa 15.00 Uhr genutzt werden ebenso wie die Computer dort, mit denen man interessierende Literatur effektiv suchen kann.
Für alle, die gern mehr über Studienmöglichkeiten und Berufschancen in der Mathematik wissen wollen, besteht ab 11.30 Uhr die Möglichkeit zum Gespräch mit Hochschullehrern und Studenten aus den drei Universitäten und der TFH, dem WIAS und dem ZIB.
Die Preisverleihung an die Sieger des Wettbewerbs beginnt um 16.30 Uhr im Bunsensaal der WISTA-Management GmbH, Rudower Chaussee 17.
Dankenswerterweise hat der Senator für Schule, Jugend und Sport, Herr Klaus Böger, die Schirmherrschaft für den Berliner Tag der Mathematik 2001 übernommen und wird der Siegerehrung beiwohnen.
Wir hoffen, dass wir Sie auf unser Programm neugierig machen konnten und dass wir Sie am 19. Mai 2001 auf dem Campus des Instituts für Mathematik der Humboldt-Universität zu Berlin begrüßen können.

Auf Wiedersehen am 19. Mai

J. Kramer

(Prof. Dr. Jürg Kramer)
Geschäftsführender Direktor des Instituts für Mathematik

Ablauf des Tages der Mathematik

Wettbewerb

Der Berliner Tag der Mathematik beginnt um 9.00 Uhr (Einlass und Platzzuweisung für die Teams ab 8.30 Uhr) mit dem **Mannschaftswettbewerb** der Berliner Oberschulen, der in den Klassenstufen 7/8, 9/10 und 11/13 ausgetragen wird. Jede Mannschaft besteht aus 4 bis 5 Teilnehmern, die mathematischen Probleme werden in den Teams gemeinsam beraten und gelöst.

Für die besten Mannschaften werden in jeder der drei Altersgruppen ein erster, ein zweiter und ein dritter Preis vergeben, ebenso werden die drei besten Schulen ausgezeichnet. Ausgesetzt sind jeweils als erster Preis 500 DM, als zweiter Preis 300 DM und als dritter Preis 200 DM. Darüber hinaus werden Bücherpreise als Anerkennung vergeben.

Vortrags- und Präsentationsprogramm

Um 10.00 Uhr beginnt das **Vortrags- und Präsentationsprogramm**. Themen aus der Zahlentheorie, der Geometrie, der Kombinatorik, der Numerik und vielen anderen mathematischen Gebieten werden behandelt. Es werden Einblicke in die Arbeit des Mathematikers und in Anwendungen der Mathematik in der Praxis gegeben. In mehreren Vorträgen spielt die Arbeit des Mathematikers mit dem Computer eine besondere Rolle. Dabei soll deutlich werden, an wie unterschiedlichen Stellen der Computer zu einem wesentlichen Hilfsmittel des Mathematikers geworden ist.

Die Veranstaltungen finden in den Vorlesungs- bzw. Seminarräumen im Haus 1 im Erdeschoss und im 1. Stock statt.

Eine Kurzfassung der Vorträge, anhand derer man sich für den Besuch vororientieren kann, findet sich auf den Seiten 7ff. in dieser Informationsbroschüre. Die Kurzfassungen folgen aufeinander in der alphabetischen Reihenfolge der Autorennamen.

Computerkabinett

Wie stets bei den Tagen der Mathematik besteht auch in diesem Jahr die Möglichkeit, das **Computerkabinett** des Mathematikinstituts zu benutzen. Ab 10.00 Uhr kann gesurft werden, aber mehr noch: Kompetente Ansprechpartner stehen bereit, Fragen zum Computer, zu Hard- wie Software zu beantworten. Die zur Nutzung zur Verfügung stehenden Computer befinden sich in den Räumen 2. 212 und 2. 213 im 2. Stock des Hauses 2 im Institutsgebäude der Mathematik.

Bibliothek

Mit dem Umzug des Instituts für Mathematik der Humboldt-Universität auf den Campus Adlershof erhielt auch die **Institutsbibliothek** hier neue Räumlichkeiten, die es gestatten, fast den gesamten Bestand im Freihandlesesaal zugänglich zu halten. Die Bibliothek öffnet am Tag der Mathematik von 11.00 Uhr bis 15.00 Uhr. Nutzen Sie die Möglichkeit zum Schmökern in Mathebüchern und -zeitschriften aus den unterschiedlichsten Gebieten der Mathematik.

Informationsveranstaltungen

Zur **Studieninformation** laden wir alle interessierten Schülerinnen und Schüler und ihre Eltern ab 11.30 Uhr ein. Hochschullehrer und Studenten aus den beteiligten Instituten und Fachbereichen möchten Fragen zur Gestaltung der unterschiedlichen mathematischen Studiengänge, die die Berliner Universitäten anbieten – Diplom-, Magister- und Lehramtsstudiengänge –, beantworten und dabei auch die für unsere Ausbildung typische enge Verbindung zur Wirtschaft darstellen. Interessenten erfahren Wissenswertes zu den individuellen Gestaltungsmöglichkeiten des Studiums und sie können sich umfangreich über die beruflichen Perspektiven der Absolventen informieren.

Lehrerzimmer

Um 10.00 Uhr öffnet im Erdgeschoss im Haus 3 das „Lehrerzimmer“. Es ist als ein Treffpunkt für Lehrerinnen und Lehrer gedacht, die ihre Teams zum Mannschaftswettbewerb begleiten, aber ebenso für alle anderen – Eltern, Lehrer, Hochschulangehörige –, die die Gelegenheit des Tages der Mathematik nutzen wollen, um Kontakte zu knüpfen und Erfahrungen auszutauschen.

Imbiß

Ab 10.00 Uhr ist die Gaststätte des Studentenwerks „Oase“ im Haus 2 für alle Besucher des Tages der Mathematik geöffnet und hält Getränke und ein Imbißangebot bereit.

Vortragsprogramm

vormittags

10.00	Dr. M. Grabitz (HU)	R. 1.011	(ab Klassenstufe 9)
	Prof. Dr. L. Kohaupt (TFH)	R. 1.012	(ab Klassenstufe 11)
	H.-J. Lange (HUB)	R. 1.114	(ab Klassenstufe 11)
	Dr. J. Rehberg (WIAS)	R. 1.115	(ab Klassenstufe 11)
	Dr. K. Zacharias (WIAS)	R. 1.013	(ab Klassenstufe 7)
10.45	Dr. St. Felsner (FU)	R. 1.013	(ab Klassenstufe 7)
	Prof. Dr. J. Kramer (HU)	R. 1.114	(ab Klassenstufe 11)
	Prof. Dr. J. Naumann (HU)	R. 1.011	(ab Klassenstufe 11)
	Dr. M. Pflaum (HU)	R. 1.012	(ab Klassenstufe 11)
	G. Reinhardt (WIAS)	R. 1.115	(ab Klassenstufe 9)
11.30	Dr. U. Kortenkamp (FU)	R. 1.013	(ab Klassenstufe 7)
	H. Mielke (FU)	R. 1.012	(ab Klassenstufe 9)
	Dr. K. Polthier (TU)	R. 1.115	(ab Klassenstufe 11)
	Dr. M. Roczen (HU)	R. 1.114	(ab Klassenstufe 11)
	Dr. H. Stephan (WIAS)	R. 1.011	(ab Klassenstufe 9)

nachmittags

13.00	Prof. Dr. A. Beutelspacher (Uni Gießen)	R. 1.013	(für alle)
14.00	Dr. U. Kortenkamp (FU)	R. 1.013	(ab Klassenstufe 7)
	Prof. Dr. J. Naumann (HU)	R. 1.011	(ab Klassenstufe 11)
	Dr. J. Rehberg (WIAS)	R. 1.012	(ab Klassenstufe 11)
	Dr. M. Roczen (HU)	R. 1.114	(ab Klassenstufe 11)
	Dr. K. Zacharias (WIAS)	R. 1.115	(ab Klassenstufe 7)
14.45	Dr. M. Grabitz (HU)	R. 1.012	(ab Klassenstufe 9)
	Dr. M. Joswig (TU)	R. 1.115	(ab Klassenstufe 9)
	Prof. Dr. L. Kohaupt (TFH)	R. 1.114	(ab Klassenstufe 11)
	Prof. Dr. J. Kramer (HU)	R. 1.013	(ab Klassenstufe 11)
	H.-J. Lange (HU)	R. 1.011	(ab Klassenstufe 11)
15.30	Dr. St. Felsner (FU)	R. 1.013	(ab Klassenstufe 7)
	H. Mielke (FU)	R. 1.012	(ab Klassenstufe 9)
	Dr. M. Pflaum (HU)	R. 1.114	(ab Klassenstufe 11)
	G. Reinhardt (WIAS)	R. 1.115	(ab Klassenstufe 9)
	Dr. H. Stephan (WIAS)	R. 1.011	(ab Klassenstufe 9)

Die Angabe in der letzten Spalte ist als Empfehlung zu verstehen; selbstverständlich ist jeder Vortrag für alle offen. Die Angabe „ab Klassenstufe 7“ ist dabei so zu interpretieren, dass für alle – auch Lehrer und Eltern – Interessantes und Forderndes dabei ist, dass aber insbesondere auch Schülerinnen und Schüler aus der 7. und 8. Klassenstufe genügend mathematische Kenntnisse in der Schule erwerben konnten, um den Vortrag mit Gewinn zu besuchen.

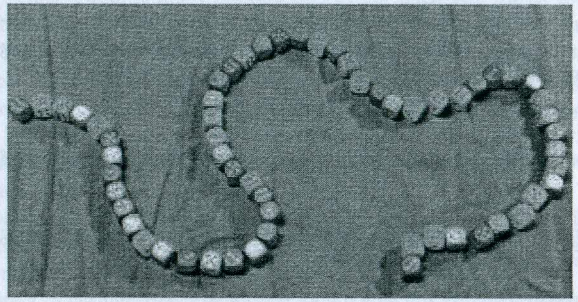
Auf den folgenden Seiten finden sich Kurzfassungen der Vorträge, geordnet nach der alphabetischen Reihenfolge der Namen der Autoren.

Prof. Dr. A. Beutelspacher (Universität Gießen)
Mathematische Experimente

Experimente in der Mathematik – gibt's das überhaupt?

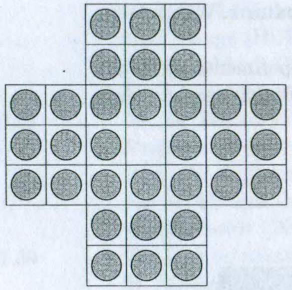
In diesem Vortrag werden eine ganze Reihe davon vorgeführt, und zwar aus allen möglichen Gebieten: Geometrie, Algebra, Zahlentheorie, Kombinatorik, Wahrscheinlichkeitslehre usw.

Die Erfahrung ist, dass man durch solche verblüffenden Experimente nicht nur angeregt wird, sich mit mathematischen Gedanken zu beschäftigen, sondern dass man sich auch lange an diese erinnert.



Die Würfelschlange – die Abbildung ist der Web-Seite zum im Aufbau begriffenen Mathematikmuseum in Gießen entnommen – ist dort das Exponat des Monats April 2001.

Dr. Stefan Felsner (Freie Universität Berlin)
Was geht mit springen und schlagen? Überlegungen zum Einsiedlerspiel

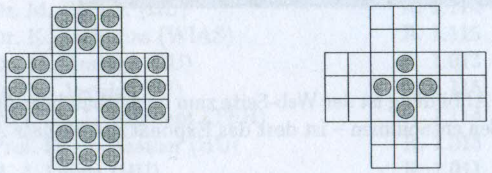


Mein Großvater war gut im Einsiedlerspiel. Er setzte sich vor das Brett und räumte, ohne nachzudenken, Sprung für Sprung 31 Steine vom Brett. Er kannte seine 31 Züge, ich lernte sie nie. Heute bin ich Mathematiker und beherrsche die richtige Zugfolge noch immer nicht.

Trotzdem habe ich das Spiel für diesen Vortrag als Aufhänger gewählt. Ich will zeigen, wie man mit mathematischen Methoden zu erstaunlichen Aussagen über das Spiel und verschiedene Varianten kommen kann. Selbst Spiele mit unendlich vielen Steinen, die springen und schlagen wie im Einsiedlerspiel, werden wir analysieren.

Hier sind zwei der Fragen mit denen wir uns beschäftigen werden:

- Auf welchen Feldern kann die letzte Figur beim gewöhnlichen Einsiedlerspiel stehen?
- Ist es möglich von der Aufstellung im linken Brett der folgenden Abbildung zur Aufstellung im rechten Brett zu gelangen?



Zielgruppe: Alle Altersgruppen

Dr. M. Grabitz, Humboldt-Universität zu Berlin
Lateinische und klassische magische Quadrate

1. Klassische magische Quadrate

Eine quadratische Anordnung der ersten n^2 natürlichen Zahlen bildet ein klassisches magisches Quadrat, wenn jede Zeile, Spalte oder Diagonale sich zum selben Wert $\frac{1+2+\ldots+n^2}{n} = \frac{n\cdot(n^2+1)}{2}$ aufsummiert. Das einfachste Beispiel

4	9	2
3	5	7
8	1	6

ist schon seit weit mehr als 1000 Jahren bekannt, enthält die ersten $3^2 = 9$ Zahlen und besitzt die Zeilen- bzw. Spaltensummen $15 = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8+9}{3} = \frac{3\cdot(3^2+1)}{2}$.

Ein magisches Quadrat heißt panmagisch, wenn auch alle durch zyklische Vertauschung der Zeilen und/oder Spalten entstehenden Quadrate noch magisch sind. In diesem Falle können wir auch von einem magischen "Torus" sprechen. Ein Torus ist eine Fläche im dreidimensionalen Raum, die die Form eines Rettungsringes hat. Schreiben wir die Zahlen eines panmagischen Quadrates auf einen in Quadranten eingeteilten Torus, so können wir von jeder Zahl ausgehend in jede senkrechte, waagerechte oder diagonale Richtung laufen, die dabei überstrichenen Zahlen summieren und erhalten jeweils denselben Wert.

Solche panmagischen Quadrate existieren bereits für eine Kantenlänge $n = 4$. Das faszinierende an diesen Gebilden ist die hohe Stimmigkeit in diesen Gebilden, die es uns erlauben würde, auftretende Fehler sofort zu erkennen.

Würde etwa in obigem Beispielquadrat genau eine uns zunächst unbekannte Zahl geändert werden, so würde genau eine Zeile und eine Spalte des Quadrates einen von 15 abweichenden Wert liefern. Die falsche Stelle erhalten wir dann als Kreuzpunkt der entsprechenden Zeile bzw. Spalte und die richtige Zahl aus der Differenz aus 15 und der Summe der verbleibenden Zahlen entweder auf einer durch diese Position laufenden Zeile oder auf einer durch diese Position laufenden Spalte.

Diese, bei uns bereits im Mittelalter bekannten Zahlenspiele, lassen sich nun aus eben diesem Grunde für unsere moderne Zeit nutzen, um Daten bei der Übertragung vor Fehlern zu schützen bzw. die Fehlerwahrscheinlichkeit zu senken.

2. Lateinische Quadrate

Der Schlüssel zur Anwendung liegt dabei in den, in der Konstruktion benutzten, lateinischen Quadraten. Unser Beispiel entsteht etwa nach folgendem Schema:

$$\begin{pmatrix} 1,2,0 \\ 0,1,2 \\ 2,0,1 \end{pmatrix} \overset{\rightarrow}{\cdot 3} \begin{pmatrix} 3,6,0 \\ 0,3,6 \\ 6,0,3 \end{pmatrix} \overset{\rightarrow}{++} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 9 & 2 \\ \hline 3 & 5 & 7 \\ \hline 8 & 1 & 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 0,2,1 \\ 2,1,0 \\ 1,0,2 \end{pmatrix} \overset{\rightarrow}{+1} \begin{pmatrix} 1,3,2 \\ 3,2,1 \\ 2,1,3 \end{pmatrix} \nearrow ++$$

Die quadratischen Zahlenanordungen $\begin{pmatrix} 0,2,1 \\ 2,1,0 \\ 1,0,2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1,2,0 \\ 0,1,2 \\ 2,0,1 \end{pmatrix}$ heissen ein Paar zueiander senkrechter lateinischer Quadrate.

Werden nun unsere Nachrichten durch Zahlenpaare der Form 00, 10, 20, 01, 11, 21, 02, 12, 22 (d.h. durch die Zahlen von 0 bis 8 in 3-adischer Darstellung) kodiert, so können wir einen Übertragungsfehler korrigieren, wenn wir jedem Zahlenpaar noch ein zur Korrektur dienendes Zahlenpaar hinzufügen. Um die erste Korrekturziffer zu erhalten, starten wir in der oberen Ecke des ersten lateinischen Quadrates und nehmen die Ziffer aus dem Feld, welches wir treffen, wenn wir entsprechend der ersten Ziffer unseres Zahlenpaares nach unten und entsprechend der zweiten Ziffer unseres Zahlenpaares nach rechts gehen. Entsprechend erhalten wir die zweite Korrekturziffer, wenn wir anstatt des ersten, das zweite lateinische Quadrat verwenden.

Die daraus resultierenden 4-stelligen Ziffernfolgen sind: 0001, 1020, 2012, 0122, 1111, 2100, 0210, 1202, 2221. Wird bei der Übertragung einer solchen Folge eine Ziffer falsch gesetzt, so kann diese noch automatisch rekonstruiert werden und zwar auch, wenn eine der ersten beiden Stellen betroffen ist. Treten zwei Fehler auf, so kann dies noch erkannt werden.

Zielgruppe: ab Klassenstufe 9/10

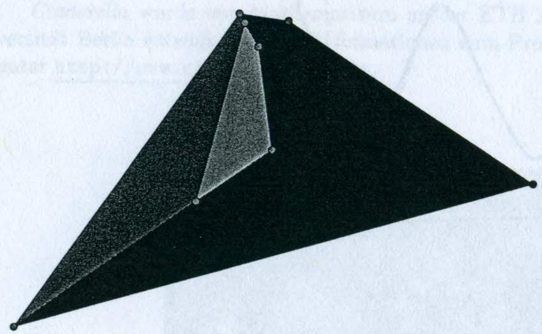
Dr. M. Joswig (Technische Universität Berlin)
Polytope für Einsteiger, oder: Was ist ein Würfel?

Ziel des Vortrags ist es, zu erläutern, was ein konvexes Polytop ist. Dieses seit der Antike untersuchte geometrische Konzept spielt eine Rolle im Hintergrund zahlreicher wirtschaftlicher und technischer Anwendungen. Darüber hinaus gibt es wichtige Beziehungen zu anderen Teilgebieten der Mathematik.

Der Vortrag beginnt mit einigen Erläuterungen, die darauf abzielen, den genannten Zusammenhang mit außermathematischen Problemen wenigstens anzudeuten. Im Hauptteil soll es darum gehen, den Formenreichtum von dreidimensionalen Polytopen (insbesondere von Würfeln) zu erkunden. Hier wird auch zu erläutern sein, in wie fern es überhaupt sinnvoll ist, von "Würfeln" im Plural zu sprechen.

Der Vortrag richtet sich an Oberstufenschüler/innen. Nicht ganz so weit Fortgeschrittene können dem Vortrag aber auch folgen, wenn sie mit den geometrischen Grundbegriffen (Punkte, Geraden, Ebenen, Strecken, Winkel, etc.) vertraut sind.

Anbei ein Bild von einem "exotischen Würfel":



Prof. Dr. L. Kohaupt (TFH Berlin)
Von der Schiffsform zu glatten Kurven

Im Schiffs- und Flugzeugbau stellt sich die Aufgabe, durch vorgegebene Punkte glatte Kurven zu legen, z. B. um durch ein Kurvennetz die Oberfläche des Rumpfes zu beschreiben. Graphisch wird diese Aufgabe mit Hilfe von elastischen Linealen (Straklinealen, engl. *splines*) ausgeführt. Dabei wird das Straklineal an den vorgegebenen Punkten drehbar gelagert, und dazwischen formt sich das Lineal so, daß die Biegeenergie minimal wird. Das führt zu dem gewünschten glatten Kurvenverlauf. Mathematisch läßt sich diese graphische Methode in der Weise nachbilden, daß man den Bereich zwischen den gegebenen Punkten z.B. durch kubische Polynome beschreibt, die man glatt miteinander verbindet. Man erhält dann sogenannte *kubische Splines*. Sie besitzen z.B. gegenüber den Interpolationspolynomen die Eigenschaft, daß sie viel weniger zur Welligkeit neigen. Dies wird im nachfolgenden *Bild* deutlich, das den Kurvenverlauf der Splinefunktion $y = s(x)$ und den Verlauf des Interpolationspolynoms 14-ten Grades $y = P_{14}(x)$ durch 15 gegebene Punkte darstellt.

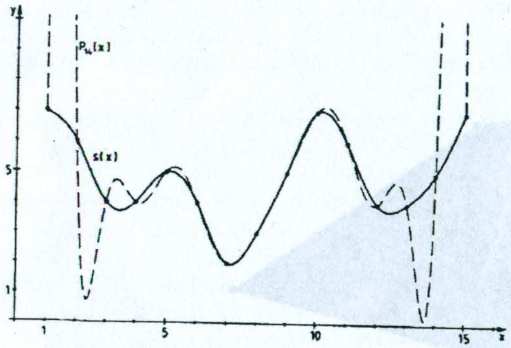


Bild : *Vergleich von* $y = s(x)$ *und* $y = P_{14}(x)$

Der Vortrag führt anschaulich in das Gebiet der Splines ein und gibt einige Anwendungen dieser mathematischen Methode zur Konstruktion glatter Kurven und Flächen. Er richtet sich an Schüler der Oberstufe und an Lehrer.

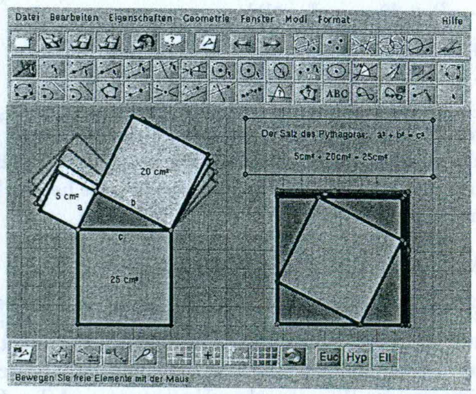
Dr. U. Kortenkamp (Freie Universität Berlin)
Cinderella – Intelligente Geometrie

Mit dem Programm *Cinderella* kann man auf dem Computer Konstruktionen wie mit Zirkel und Lineal durchführen, nur viel genauer. Dadurch wird es viel einfacher, mathematische Sätze wie "die Höhen im Dreieck schneiden sich in einem Punkt" nachzuvollziehen und zu verstehen. Die große Besonderheit einer Cinderella-Konstruktion ist aber, dass man sie nachträglich verändern kann, ohne die mathematischen Zusammenhänge und Eigenschaften zu verlieren. Mit der Maus verschiebt man die frei beweglichen Punkte und Geraden und alle abhängigen Elemente werden automatisch neu berechnet und angezeigt.

Im Vortrag wird gezeigt, wieso solch ein Programm auch für "richtige" Mathematiker eine Herausforderung ist, und was man alles beachten muss, damit der Computer tatsächlich alles korrekt macht. Wir werden sehen, warum sich Geraden "im Unendlichen" schneiden und wieso man mit diesen Schnittpunkten trotzdem weiterarbeiten kann (und will!). Ein anderes Beispiel ist die Konstruktion einfacher Gelenkmechanismen, die zeigt, dass die Grundlage für "Virtual Reality", also die Simulation der "echten" Welt auf dem Computer, in der Mathematik liegt.

Schließlich ergründen wir noch, wie man solche Mathematik-Programme auch in der Schule und zu Hause einsetzen kann: *Cinderella* läuft auch in einem Internet-Browser wie Internet Explorer oder Netscape. Damit kann man interaktive Bücher auf CD-ROM oder im Internet schreiben, die auch nicht-Profis nicht allein lassen.

Cinderella wurde von Mathematikern an der ETH Zürich und der Freien Universität Berlin entwickelt. Mehr Informationen zum Programm gibt es im Internet unter `http://www.cinderella.de/de`.



Prof. Dr. Jürg Kramer (Humboldt-Universität zu Berlin)
Die Riemannsche Vermutung – Ein Millenniumsproblem

Die Primzahlen sind bekanntlich die Bausteine der natürlichen Zahlen; sie sind nur durch Eins und sich selber teilbar, und jede natürliche Zahl ist als Produkt von Primzahlen darstellbar. Bereits Euklid (ca. 300 v. Chr.) bewies, daß es unendlich viele Primzahlen gibt. Die unendliche Folge der Primzahlen beginnt mit

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, \ldots;$$

die Primzahlen werden zunehmend größer, so ist z.B. eine 39-stellige Primzahl gegeben durch

$$170141183460469231731687303715884105727.$$

Lange Zeit hat man versucht, eine allgemeine Formel zur Bestimmung aller Primzahlen zu finden. Im Zusammenhang mit Untersuchungen in der mathematischen Logik ergab sich, daß die Primzahlen als die positiven Werte des folgenden Polynoms charakterisiert werden können:

$$\begin{aligned}
&F(a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m,n,o,p,q,r,s,t,u,v,w,x,y,z)\\
&= [k+2][1-(wz+h+j-q)^2-(2n+p+q+z-e)^2\\
&-(a^2y^2-y^2+1-x^2)^2-([e^4+2e^3][a+1]^2-o^2)^2\\
&-(16[k+1]^3[k+2][n+1]^2+1-f^2)^2\\
&-([(a+u^4-u^2a)^2-1][n+4dy]^2+1-[x+cu]^2)^2\\
&-(ai+k+1-l-i)^2-([gk+2g+k+1][h+j]+h-z)^2\\
&-(16r^2y^4[a^2-1]+1-u^2)^2\\
&-(p-m+l[a-n-1]+b[2an+2a-n^2-2n-2])^2\\
&-(z-pm+pla-p^2l+t[2ap-p^2-1])^2\\
&-(q-x+y[a-p-1]+s[2ap+2a-p^2-2p-2])^2\\
&-(a^2l^2-l^2+1-m^2)^2-(n+l+v-y)^2].
\end{aligned}$$

Man kann sich nun andererseits aufgrund der nicht sehr übersichtlichen obigen „Formel“ vielleicht besser nach der Dichte der Primzahlen, d.h. nach der Anzahl der Primzahlen, die unterhalb einer Schranke x liegen, fragen. Dazu führte bereits Bernhard Riemann die Primzahlfunktion

$$\pi(x) = \text{Anzahl der Primzahlen kleiner als } x$$

ein. Durch umfangreiche Experimente, die bereits auf C.F. Gauß zurückgehen, fand sich eine asymptotische Formel für $\pi(x)$. Die Riemannsche Vermutung besagt nun, wie der Fehler in der asymptotischen Bestimmung von $\pi(x)$ optimal abgeschätzt werden kann. Über die Geheimnisse der Riemannschen Vermutung und ihre Beziehungen zur Zahlentheorie soll in meinem Vortrag am Tag der Mathematik berichtet werden.

Heinz-Jürgen Lange (Humboldt-Universität zu Berlin)
Simplex-Verfahren zur linearen Optimierung

Bei einer Optimierungsaufgabe ist ein Produktionsprozeß so zu gestalten, dass unter gegebenen Bedingungen ein optimales Ergebnis erzielt wird.
Dazu dienen bestimmte Optimierungskriterien, z. B. minimale Produktionskosten oder maximaler Gewinn oder maximale Produktionsmenge. Verschiedene technische Realisierungsmöglichkeiten eines Prozesses werden durch Variable charakterisiert, die selbst bestimmte Nebenbedingungen erfüllen müssen. Im Fall der linearen Optimierung sind Zielfunktion und Nebenbedingung durch lineare Gleichungen gegeben.

Als Erläuterung des Problems dient folgendes Beispiel:
Zwei Produkte A und B werden aus Rohmaterial mit Hilfe von drei Maschinen M_1, M_2 und M_3 hergestellt, für die folgende Kapazitätsgrenzen zu beachten sind:

Maschine	Beanspruchte Produkt A	Stundenzahl für Produkt B	Maximale Maschinenlaufzeit
M_1	1	3	15
M_2	2	2	14
M_3	2	1	12
Gewinn	30	20	

Für welches Produktionsprogramm ergibt sich maximaler Gewinn?

Zielfunktion:

$$z(x,y) = 30 \cdot x + 20 \cdot y \to \text{Max}$$

Nebenbedingung:

$$\begin{array}{rcrcl} x & + & 3y & \leq & 15 \\ 2x & + & 2y & \leq & 14 \\ 2x & + & y & \leq & 12 \end{array} \qquad \text{mit } x, y \geq 0$$

Einführung von Schlupfvariablen führt zur zugehörigen Normalform (NLO):

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 3y & + & u & = & 15 \\ 2x & + & 2y & + & v & = & 14 \\ 2x & + & y & + & w & = & 12 \\ z^* & = & -30x & - & 20y & \to & \text{Min} \end{array}$$

Eine graphische und eine analytische Lösung dieser Aufgabe werden erläutert.
Zielgruppe: Schülerinnen und Schüler der Oberstufe

H. Mielke (Freie Universität Berlin)
Geheime Codes

Wie verpacke ich eine Nachricht so, dass keiner sie lesen kann – außer demjenigen, für den sie bestimmt ist?

Bei kleinen Geheimnissen begnügt man sich meist mit einfachen Methoden der Geheimhaltung: Die meisten Liebesbriefe werden einfach in einen Umschlag gesteckt, den man dann zuklebt. Für die größeren und die ganz großen Geheimnisse gibt es viele Möglichkeiten sie vor den Augen Unbefugter zu verbergen, die Palette reicht von simplen Methoden wie der Buchstabenverschiebung über Geheimtinten (Zitronensaft!) bis zu raffinierten technischen Geräten wie der Enigma im zweiten Weltkrieg.

Und was hat das mit Mathematik zu tun? Nun, die heutzutage wichtigsten Codes sind im Kern Mathematik. Alles begann damit, dass zwei Mathematiker eine total verrückte Idee hatten...

Zielgruppe: ab Klassenstufe 9

Prof. Dr. J. Naumann (Humboldt–Universität zu Berlin)
Komplexe Zahlen

Dieser Vortrag gibt eine Einführung in die historische Entwicklung des Begriffs der komplexen Zahl sowie das Rechnen mit komplexen Zahlen.

Die historische Entwicklung des Begriffs der komplexen Zahl ist eng mit dem Problem der Existenz von Nullstellen von Polynomen (d.h. der Existenz von Lösungen von Gleichungen der Form

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 = 0).$$

verbunden. Die Lösbarkeit dieser Gleichungen für beliebiges natürliches n erfordert eine Erweiterung der Menge der reellen Zahlen zur Menge der komplexen Zahlen

$$z = a + ib \qquad i := \sqrt{-1}, \qquad a, b \text{ reell.}$$

Innerhalb der Menge der komplexen Zahlen hat jedes Polynom der obigen Form eine Nullstelle.

Die komplexen Zahlen können als geordnete Paare (a, b) reeller Zahlen a, b eingeführt und mit Punkten der Gaußschen Zahlenebene identifiziert werden. Es werden Regeln für das Rechnen mit komplexen Zahlen aufgestellt.

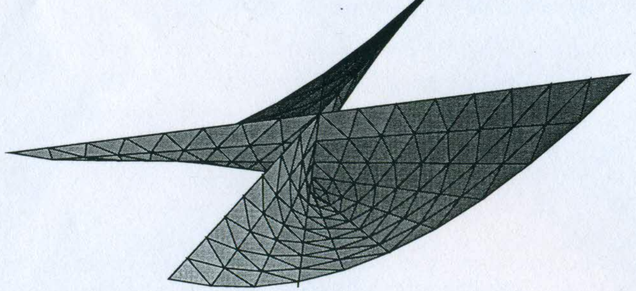
Zielgruppe: Schülerinnen und Schüler der Oberstufe

Dr. M. Pflaum (Humboldt-Universität zu Berlin)
Gehässige Singularitäten

Die Oberfläche einer Kugel oder auch des mathematischen Torus, den man sich als Fahrradschlauch vorstellen kann, stellen beides Flächen dar, die sowohl anschaulich als auch in mathematisch präziserem Sinne glatt sind. Neben diesen beiden und vielen weiteren Beispielen glatter Flächen gibt es aber auch zahlreiche Flächen, die nichtglatte Teile wie Ecken, Kanten oder Knicke enthalten; man denke hierbei nur an den Kegel oder die Oberfläche eines Würfels.

In der Mathematik nennt man nun nichtglatte Teile eines ansonsten glatten Objekts Singularitäten. Die Beschreibung solcher Singularitäten ist Gegenstand aktueller mathematischer Forschungen und findet bedeutsame Anwendungen in der Mechanik, der Robotertheorie oder auch der Visualisierung.

Im Vortrag soll es darum gehen, einen Einblick in die Theorie von Kurven und Flächen mit Singularitäten zu geben. Vor allem anhand anschaulicher Beispiele wie dem Whitney-Regenschirm soll dabei erklärt werden, welche mathematische Schwierigkeiten bei der Beschreibung und beim Verständnis von Singularitäten auftauchen.

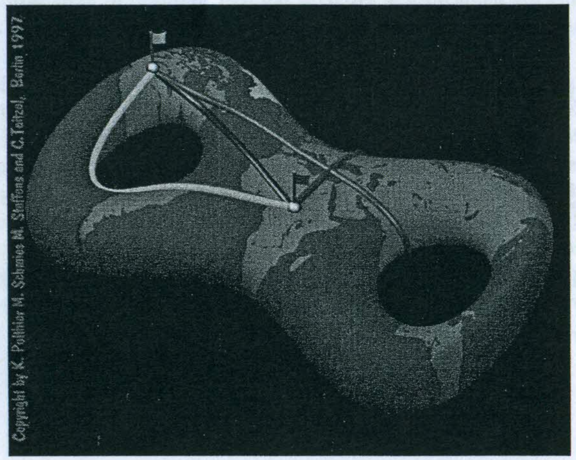


(geeignet für die Klassenstufe 11-13)

Dr. K. Polthier (Technische Universität Berlin)
Geometrie Inside

Mathematik ist überall, zumindest fast überall. In der Crash Simulation, in der Struktur von Muschelschalen, im Muster des Leopardenfells, der Anordnung von Kernen in der Sonnenblume, in der Rekonstruktion eines Bildes bei der Computertomographie und und und ... Im Vortrag werden einige dieser Themen erläutert, und es wird mit einigen Unwahrheiten aufgeräumt, zum Beispiel dass die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten eine gerade Linie sei.

Anbei ein Bild von einer Brezelfläche mit Geodätischen:



Dr. J. Rehberg (WIAS Berlin)
Verformung von Würfeln in Kugeln

In der Mathematik nimmt die Frage, unter welchen Umständen Objekte aufeinander abgebildet werden können, breiten Raum ein. Insbesondere befaßt man sich damit in der Geometrie, aber auch in der Analysis. Hier soll einer speziellen Fragestellung dieser Art nachgegangen werden, nämlich derjenigen, ob und in welcher Weise die Einheitskugel im R^d volumentreu und bi-Lipschitz-stetig auf einen geeigneten Würfel abgebildet werden kann. Zu tun hat diese Frage mit dem Problem, inwieweit sich bestimmte Eigenschaften von Funktionen, welche z.B. auf einem eckigen Gebilde definiert sind, durch Eigenschaften auf den entsprechenden transformierten -glatten- Gebieten ausdrücken lassen. Bi-Lipschitz-stetige Transformationen erscheinen deswegen als besonderes geeignet, weil sie es gestatten, die Abstände der Bilder von Punkten durch die Abstände der entsprechenden Urbilder abzuschätzen (und umgekehrt) und damit den 'Zusammenhang' von Punkten nicht allzu stark zu deformieren.
Im zweidimensionalen sieht eine entsprechende Abbildung folgendermaßen aus:

$$F_2(x,y) = \begin{cases} (0,0) & \text{falls } x = y = 0 \\ (\sqrt{x^2+y^2}, \frac{4}{\pi}\sqrt{x^2+y^2}\cdot \arctan\frac{y}{x}) & \text{falls } |y| \le x \\ (-\sqrt{x^2+y^2}, -\frac{4}{\pi}\sqrt{x^2+y^2}\cdot \arctan\frac{y}{x}) & \text{falls } |y| \le -x \\ (\frac{4}{\pi}\sqrt{x^2+y^2}\cdot \arctan\frac{x}{y}, \sqrt{x^2+y^2}) & \text{falls } y > |x| \\ (-\frac{4}{\pi}\sqrt{x^2+y^2}\cdot \arctan\frac{x}{y}, -\sqrt{x^2+y^2}) & \text{falls } -y > |x| \end{cases}$$

Es stellt sich heraus, daß das Problem auch im Falle jeder anderen Raumdimension d eine Lösung besitzt, und wir werden erläutern, wie man zu ihr gelangt.

Zielgruppe: Schülerinnen und Schüler der Oberstufe

Gerd Reinhardt (WIAS Berlin)
Datenkomprimierung bei Bildern : Sparen durch mathematische Algorithmen

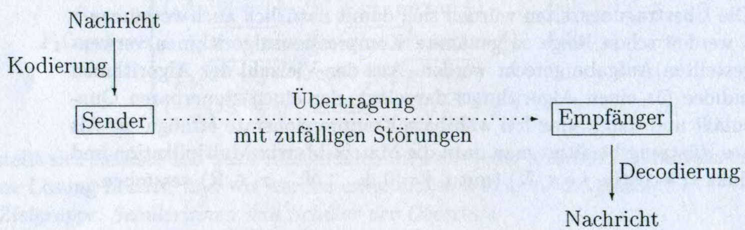
Wird ein Bild 'eingescannt' oder wird eine Fotoaufnahme mit einer Digitalkamera gemacht, so wird mathematisch gesehen ein Bild als eine Matrix A ($A \in \mathrm{R}^{n*m}$) mit n Zeilen und m Spalten auf einem Speichermedium (z.B. der Festplatte des Computers) gespeichert. Pro Bildpunkt ('Pixel') wird dabei der Speicherbedarf für einen Zahlenwert benötigt. Je mehr Bildpunkte wir speichern, desto besser wird die Wiedergabequalität des Bildes (was wir ja wollen)! Da wir uns nur mit Farbbildern zufrieden geben (wollen), wird für diesen Zahlenwert ein Bereich von 0 bis 2^{24} vorgesehen. Dies bedeutet also 3 Byte pro Bildpunkt (1 Byte jeweils für einen Wert für die Farben Rot, Grün und Blau; entspricht rund 16 Million Farbnuancen).
Nimmt man ein Bild von einer Digitalkamera mit einer Auflösung von 3,2 Millionen Pixel, so benötigt man in unserem Fall 9,6 MByte ! Würde solch ein Bild im Internet per ISDN-Telefonleitung (Bandbreite 64 Kbit/sec) übertragen werden, so würde dies 20 (!) Minuten dauern.
Aus wirtschaftlicher Sicht (!Sparen) ergibt sich die Frage, wie kann man den Speicherbedarf derartiger Bilder reduzieren, ohne (wesentliche) Qualitätsverluste in Kauf zunehmen? (Die Übertragungszeiten würden sich damit natürlich auch verkürzen!)
In der Praxis werden schon lange so genannte Kompressionsalgorithmen verwendet, die der gestellten Aufgabe gerecht werden. Aus der Vielzahl der Algorithmen wird die Grundidee für einen Algorithmus dargelegt, der einen steuerbaren Qualitätsverlust zuläßt und damit eine frei wählbare Kompressionsrate ermöglicht. Als mathematisches Rüstzeug benötigt man dazu die Matrix-Matrix-Multiplikation und muß das Produkt $x_i.*\cos(i*j*\pi/N)$ (mit $i,j = 0,1,...,N;\quad x_i \in \mathrm{R}$) verstehen.

Dr. M. Roczen (Humboldt-Universität zu Berlin)
Ein Mathematikbuch aus dem Computer

Wer hat nicht schon einmal verzweifelt vor einem dicken „Wälzer" gesessen, wollte aber eigentlich nur eine Antwort auf eine ganz konkrete Frage, die bestimmt nicht hunderte von Seiten erfordert? Ein enzyklopädisches Nachschlagewerk half auch nicht, da es durch seine Kürze unverständlich war?

Hier wird ein Buch – genauer eine Medienkombination – vorgestellt, die sich den Bedürfnissen des Lesers anpaßt. Geschrieben ist es von Menschen; der Computer hat die Aufgabe des Organisators – er übernimmt mit Hilfe ihm übergebener Vorschriften die Auswahl und das Zusammenfügen einzelner Textbausteine, die dann nach Wunsch des Lesers zu einem Buch gestaltet werden – mit Begriffen, Sätzen, Beweisen, Beispielen, Übungsaufgaben und der Darstellung erforderlicher Vorkenntnisse in ihrem logischen Zusammenhang.

Behandelt wird das Gebiet der linearen Algebra. Der Vortrag zeigt an einem Beispiel aus der algebraischen Kodierungstheorie, wie schon mit geringem Wissen über Vektorräume ein schneller Zugang zu anspruchsvolleren Fragen gefunden werden kann.



Der als Lösungsmenge von

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

gegebene Unterraum des Standardraumes $\mathbb{F}_2^7$ ist ein 1-Fehler-korrigierender Kode.

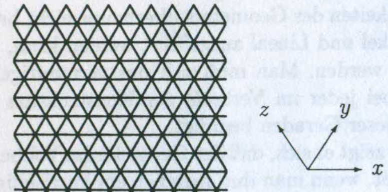
Voraussichtlich wird eine vorläufige Teilfassung des Lehrbuchs zum „Ausprobieren auf dem Computer" zur Verfügung stehen.

geeignet für: Klassenstufe 11/12/13

Dr. Holger Stephan (WIAS Berlin)
Wie kann man 4 Liter mit 8-, 5- und 3- Litergefäßen abmessen?

Es geht um die seit Jahrhunderten bekannte Aufgabe: Gegeben ist ein volles 8-Litergefäß und je ein leeres 5- und 3-Litergefäß. Kann man damit 4 Liter abmessen? Solche Aufgaben tauchen in den verschiedensten Situationen immer wieder auf. So hatten zum Beispiel Bruce Willis und Samuel L. Jackson im Film „Stirb langsam: Jetzt erst recht" (der mit den Goldbarren) eine ähnliche Aufgabe zu lösen. Höchste Zeit also, dieses Problem mathematisch zu untersuchen.

Ziel einer mathematischen Behandlung ist die Entwicklung eines Algorithmus, mit dem sich nicht nur diese Aufgabe lösen läßt, sondern mit dem die Lösung für beliebige Gefäße mit beliebigen Anfangswerten (Füllstand der Gefäße) und beliebigen Zielmengen gefunden werden kann.



Mathematisch läßt sich der augenblickliche Zustand des Systems durch die Füllmenge (x, y, z), also einen Punkt im dreidimensionalen Raum darstellen. Aber x, y und z müssen natürliche Zahlen sein und erfüllen eine Erhaltungsgleichung $x + y + z = V$ (konstante Gesamtflüssigkeitsmenge). Dadurch läßt sich das Problem geometrisch in einem regulären Dreiecksgitter auf der Ebene und doch mit drei Koordinatenachsen veranschaulichen.

Operationen (gieße ein Gefäß in ein anderes) sind Wege auf diesem Dreiecksgitter. Bei der Untersuchung dieser Operationen stellt man fest, daß es vorwärts stets mehrere Möglichkeiten gibt (welches Gefäß gieße ich wohin), rückwärts aber nur eine. Es ist also sinnvoll – wie bei vielen Problemen aus der Spieltheorie –, das Problem rückwärts zu lösen: Aus welchen Anfangszuständen ist eine Erreichung des Endzustandes möglich? Dieses – im Gegensatz zum ursprünglichen – nun deterministische Problem ist der Bewegung einer Billardkugel in einem konvexen n-Eck auf einem regulären Dreicksgitter äquivalent. Die Klassifizierung der möglichen konvexen n-Ecke auf so einem Gitter führt zu einer allgemeinen Lösung des obigen Problems.

Der Vortrag verdeutlicht einige typische Arbeitsweisen des Mathematikers: Mathematische Beschreibung eines gegebenen Problems aus dem „Alltag"; Betrachtung der Klasse aller ähnlichen Probleme; Geometrisierung des Problems; Finden eines äquivalenten, anschaulicheren und möglicherweise leichter lösbaren Problems.

Schüler, die diesen Vortrag besuchen, sollten die gestellte Aufgabe – zum Beispiel durch Probieren – schon lösen können und eine Vorstellung von Koordinatensystemen haben.

Dr. Klaus Zacharias (WIAS Berlin)
Geometrie für schlechte Zeiten oder was Napoleon aus Italien mitbrachte.

Vor mehr als 2000 Jahren wurden in der griechischen Antike Regeln für die Erledigung geometrischer Konstruktionsaufgaben in der Ebene aufgestellt. Als Zeicheninstrumente sind Zirkel und Lineal zugelassen, mit denen gewisse "natürliche" Konstruktionsschritte endlich oft ausgeführt werden dürfen. Die Antwort auf die Frage, welche Konstruktionsaufgaben auf diese Weise lösbar sind, hat die Mathematiker über Jahrhunderte hinweg beschäftigt. Es stellte sich heraus, daß die Klasse der mit Zirkel und Lineal lösbaren Aufgaben recht eng ist. Klassische unlösbare Probleme sind die Verdoppelung des Würfels, die Dreiteilung des Winkels und die Quadratur des Kreises. Auch einfach zu formulierende Dreieckskonstruktionen, wie z.B. die Konstruktion eines Dreiecks aus den drei Winkelhalbierenden, sind mit Zirkel und Lineal unlösbar.

Noch schwieriger wird es für den Geometer, wenn man ihm - die schlechten Zeiten sollen ausbrechen - Zirkel oder Lineal entzieht. Ohne Zirkel ist er recht hilflos. Man kann beweisen, daß man mit dem Lineal allein nicht einmal den Mittelpunkt einer gegebenen Strecke finden kann.

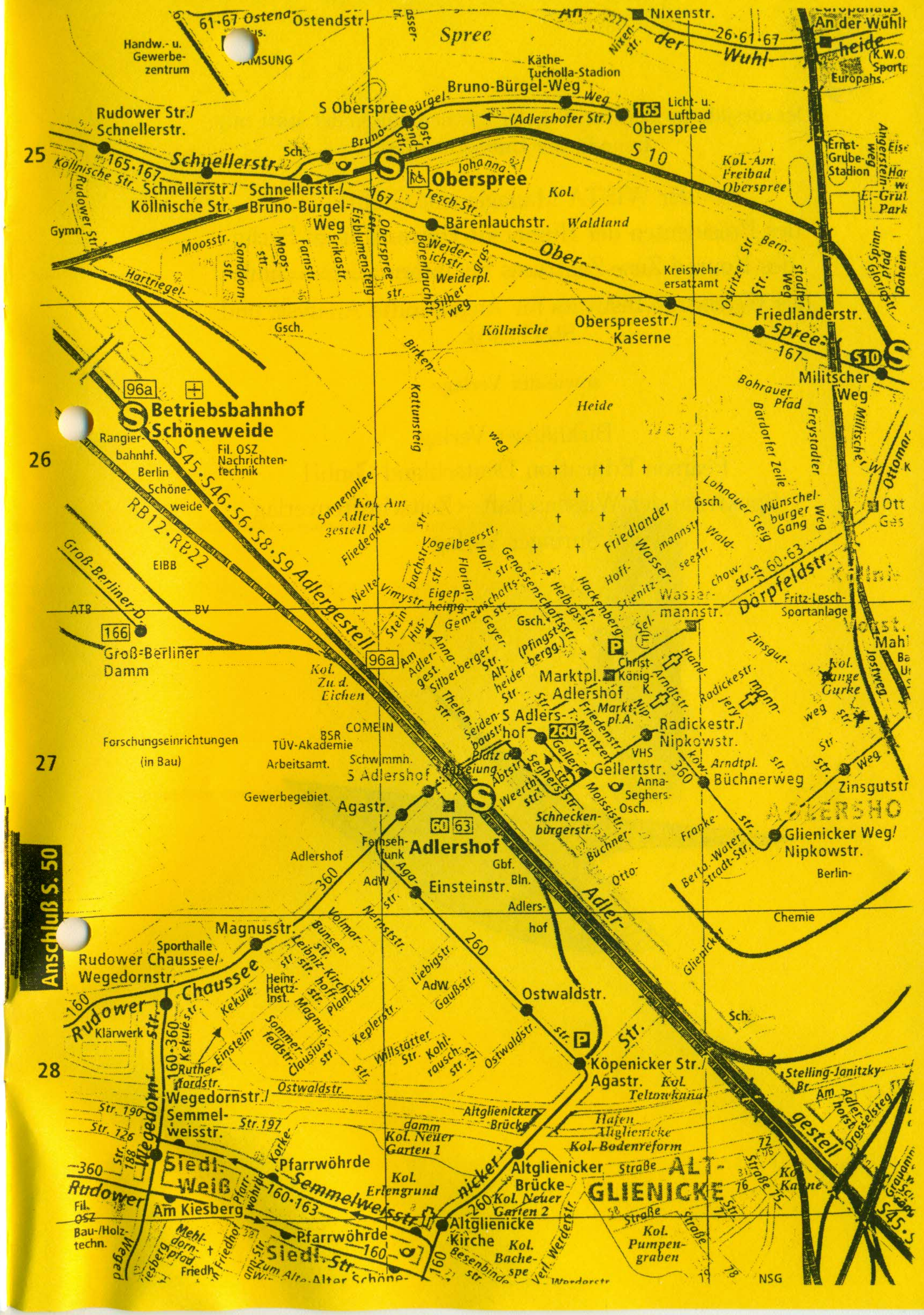
Überraschenderweise zeigt es sich, daß der Entzug des Lineals die Konstruktionsmöglichkeiten des Geometers überhaupt nicht beeinträchtigt: Jede Konstruktion, die mit Zirkel und Lineal ausgeführt werden kann, kann auch mit dem Zirkel allein ausgeführt werden. Man muß sich nur vernünftigerweise darauf verständigen, daß man sich bei jeder im Verlaufe der Konstruktion auftretenden Geraden mit zwei Punkten dieser Geraden begnügt.

Ebenso zeigt es sich, daß der Geometer im Vollbesitz seiner Konstruktionsmöglichkeiten bleibt, wenn man ihm lediglich ein Parallellineal (d.h. ein handelsübliches Lineal mit zwei parallelen Kanten) oder ein rechtwinkliges Zeichendreieck genehmigt.

Es soll vorgeführt werden, wie man mit den genannten Einschränkungen einfache Grundkonstruktionen ausführen kann, z.B. die Halbierung einer Strecke, Konstruktion einer Parallelen zu einer gegebenen Geraden durch einen gegebenen Punkt usw. Als Vorkenntnisse werden etwas Elementargeometrie bis zu den Ähnlichkeitssätzen benötigt.

Was das alles mit Napoleon und Italien zu tun hat? Das wird am 19.5.2001 verraten.

Zielgruppe: Alle Altersgruppen



Anschluß S. 50
25
26
27
28
Handw.- u. Gewerbe-zentrum
61·67 Ostend
Ostendstr.
SAMSUNG
Spree
Nixenstr.
26·61·67
An der Wuhlheide
Wuhl
Europahs.
Käthe-Tucholla-Stadion
Bruno-Bürgel-Weg
165
Licht- u. Luftbad Oberspree
(Adlershofer Str.)
S Oberspree
Rudower Str./ Schnellerstr.
Schnellerstr.
165·167
Köllnische Str.
Oberspree
S 10
Kol. Am Freibad Oberspree
Ernst-Grube-Stadion
Schnellerstr./ Köllnische Str.
Schnellerstr./ Bruno-Bürgel-Weg
167
Tesch-Str.
Bärenlauchstr.
Kol.
Waldland
Gymn.
Moosstr.
Sandornstr.
Farnstr.
Erikastr.
Eisblumensteig
Oberspreestr.
Weiderpl.
Hartriegel-
Ober-
Kreiswehr-ersatzamt
Oberspreestr./ Kaserne
Friedlanderstr.
Spree
167
Militscher Weg
S10
Köllnische
Heide
Gsch.
Birken-
Kattunsteig
96a
Betriebsbahnhof Schöneweide
Rangier-bahnhf. Berlin Schöne-weide
Fil. OSZ Nachrichten-technik
S45·S46·S6·S8·S9 Adlergestell
RB12·RB22
Sonnenallee
Kol. Am Adler-gestell
Bohrauer Pfad
Bardorfer Zeile
Freystadter Weg
Wünschel-burger Gang
Lohnauer Steig
Groß-Berliner-D.
EIBB
ATB
BV
166
Groß-Berliner Damm
96a
Kol. Zu d. Eichen
Vogelbeerstr.
Friedlander
Wasser-mannstr.
Dörpfeldstr.
60·63
Fritz-Lesch-Sportanlage
Marktpl. Adlershof
Christ-König-K.
Radickestr./ Nipkowstr.
Forschungseinrichtungen (in Bau)
TÜV-Akademie
BSR
COMENIN
Arbeitsamt.
Schwimmh.
S Adlershof
260
VHS
Gellertstr.
Anna-Seghers-Osch.
360
Arndtpl.
Büchnerweg
Zinsgutstr.
ADLERSHOF
Gewerbegebiet
Agastr.
60 63
Adlershof
Fernseh-funk
Adlershof
Schnecken-burgerstr.
Glienicker Weg/ Nipkowstr.
Einsteinstr.
Adlers-hof
Adler-
Chemie
Magnusstr.
Sporthalle
Rudower Chaussee/ Wegedornstr.
Chaussee
Rudower
160
Klärwerk
160·360
260
Ostwaldstr.
Köpenicker Str./ Agastr.
Kol. Teltowkanal
Sch.
Stelling-Janitzky-Br.
Wegedornstr./ Semmel-weisstr.
Altglienicker Brücke
Hafen Altglienicke
Kol. Bodenreform
Pfarrwöhrde
Siedl. Weiß
360
Semmelweisstr.
160·163
Am Kiesberg
Fil. OSZ Bau-/Holz-techn.
Altglienicker Brücke
Kol. Neuer Garten 2
ALT-GLIENICKE
Kol. Erlengrund
Altglienicke Kirche
Pfarrwöhrde
Siedl.-Str.
160
Kol. Bache-spe
Kol. Pumpen-graben
Adlergestell
NSG

Der diesjährige Berliner Tag der Mathematik findet statt mit freundlicher Unterstützung

der WISTA-Management GmbH
des Präsidenten der Humboldt-Universität zu Berlin
des Konrad-Zuse-Zentrums für Informationstechnik
des Weierstraß-Instituts für Angewandte Analysis und Stochastik

sowie der Verlage

Birkhäuser Verlag
Pearson Education Deutschland GmbH
Spektrum der Wissenschaft – Zeitschriftenverlag
Springer Verlag