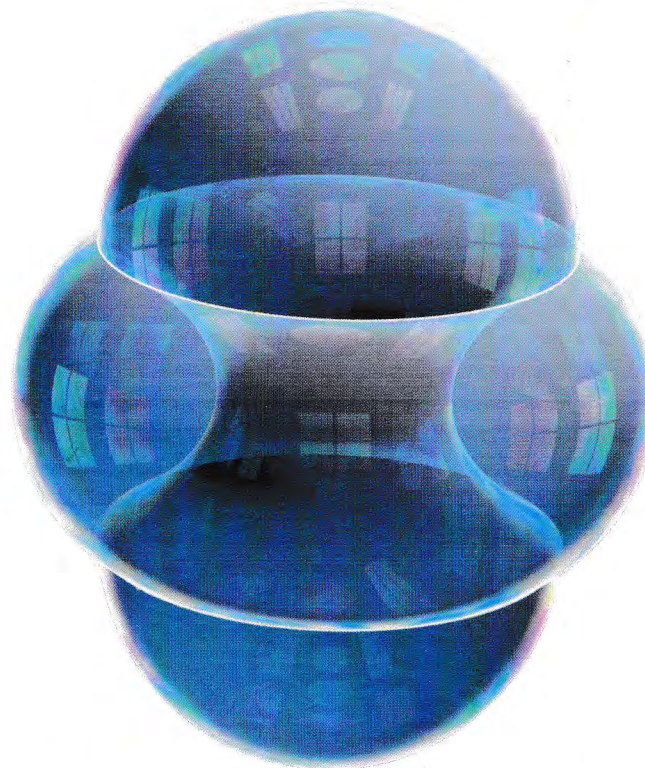


11. Berliner Tag der Mathematik

**Wettbewerb für Schülerinnen und Schüler
Technische Universität Berlin
6. Mai 2006**



**Vorträge und Präsentationen rund um die Mathematik
Informationen zum Mathestudium in Berlin
Wettbewerb: Klassen 7–8, 9–10, 11–13
Abschlussfeier und Preisverleihung**

<http://www.math.tu-berlin.de/tdm>

11. Berliner Tag der Mathematik

Liebe Schülerinnen und Schüler,
liebe Lehrerinnen, Lehrer und Eltern,

die mathematischen Institute der drei Berliner Universitäten und der Technischen Fachhochschule, das Weierstraß-Institut für Angewandte Analysis und Stochastik und das Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin laden herzlich zum 11. Berliner Tag der Mathematik am Samstag, den 6. Mai 2006, ein. Der Senator für Schule, Jugend und Sport, Herr Klaus Böger, hat die Schirmherrschaft übernommen. Veranstaltungsort ist die Technische Universität Berlin in Charlottenburg.

Worum geht es beim Berliner Tag der Mathematik? Wir wollen ein interessantes Programm rund um die Mathematik und ihre Anwendungen zum Zuhören und Mitmachen anbieten. Vormittags findet der traditionelle Wettbewerb für Schülerinnen und Schüler statt, parallel dazu werden Vorträge für Lehrerinnen und Lehrer gehalten. Im Anschluss gibt es ein gemeinsames Mittagessen.

Nachmittags finden dann die Vorträge für alle Teilnehmer des Berliner Tags der Mathematik statt. Die Vorträge gehen insbesondere auch auf wichtige Anwendungen der Mathematik ein, die unser tägliches Leben betreffen und in denen man sie zunächst vielleicht nicht vermuten würde. Interessenten können sich außerdem über das Studium der Mathematik an den Berliner Universitäten und der Technischen Fachhochschule informieren.

Den Abschluss bilden eine 3D-Show sowie die Preisverleihung der Gewinner-teams des Wettbewerbs. Es gibt wieder eine Reihe attraktiver Preise zu gewinnen, darunter eine Reise nach Oslo zur Verleihung des Abel-Preises, einer der höchsten internationalen Auszeichnungen für Mathematikerinnen und Mathematiker.

Das vorliegende Heft enthält alle relevanten Informationen zum 11. Berliner Tag der Mathematik, die auch auf der Internetseite

<http://www.math.tu-berlin.de/tdm>

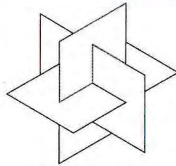
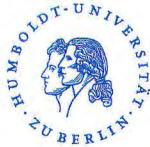
zu finden sind.

An dieser Stelle möchten wir allen Beteiligten sowie unseren Sponsoren herzlich danken, durch deren Unterstützung der 11. Berliner Tag der Mathematik erst möglich gemacht wurde.

Das Organisationsteam



Freie Universität Berlin



WIAS



SIEMENS

Rotary Club Berlin-Schloß Köpenick



Spektrum
DER WISSENSCHAFT

Bertha-von-Suttner-Gymnasium



mathematikum
GIESSEN

Der 11. Berliner Tag der Mathematik wird durch Spenden der folgenden Sponsoren unterstützt, denen wir herzlich danken:

Königlich Norwegische Botschaft in Berlin, Siemens, Technische Universität Berlin, Rotary Club Berlin Schloß Köpenick, Duden Paetec Schulbuchverlag, Berliner Sparkasse, Texas Instruments, ZIB, WIAS, DFG-Forschungszentrum Matheon, Spektrum der Wissenschaft, Bertha-von-Suttner-Oberschule, Cornelsen Verlag, Springer Verlag, Tagesspiegel, Teubner Verlag, DFG, Mathematikum Gießen.

Inhaltsverzeichnis

Anmeldung	Seite 3
Wettbewerb für Schülerinnen und Schüler	Seite 3
Vortragsprogramm	Seite 4
Was muss ich tun?	Seite 5
Programmübersicht	Seite 6
Kurzzusammenfassungen der Vorträge	Seite 8
Informationen zum Plakat und Titelbild	Seite 31
Wegbeschreibung	Seite 32
Organisation und Durchführung	Seite 32

Anmeldung

Schülerinnen und Schüler, die am 11. Berliner Tag der Mathematik teilnehmen wollen, melden sich bitte bis zum 28. April über die Internetseite

<http://www.math.tu-berlin.de/tdm>

an. Für die Teilnahme am Wettbewerb und am gemeinsamen Mittagessen ist die Anmeldung erforderlich.

Wettbewerb für Schülerinnen und Schüler

Der Wettbewerb ist ein Teamwettbewerb. Schülerinnen und Schüler, die am Wettbewerb teilnehmen wollen, müssen vorher Teams bilden und sich teamweise zum Wettbewerb anmelden. Dabei sind unbedingt folgende Regeln zu beachten:

- Jedes Team besteht aus drei bis fünf Mitgliedern, die derselben Altersstufe angehören.
- Die Altersstufen sind in die Klassen 7-8, 9-10 und 11-13 aufgeteilt.
- Die Mitgliedschaft in mehr als einem Team ist nicht zulässig.

Für den Wettbewerb sind Stifte mitzubringen. Papier wird mit den Aufgaben verteilt. Zeichenhilfen wie Lineal oder Geodreieck sind erlaubt, aber nicht erforderlich. Die Mitnahme und Verwendung sonstiger Hilfsmittel wie Taschenrechner und Formelsammlung ist nicht zulässig.

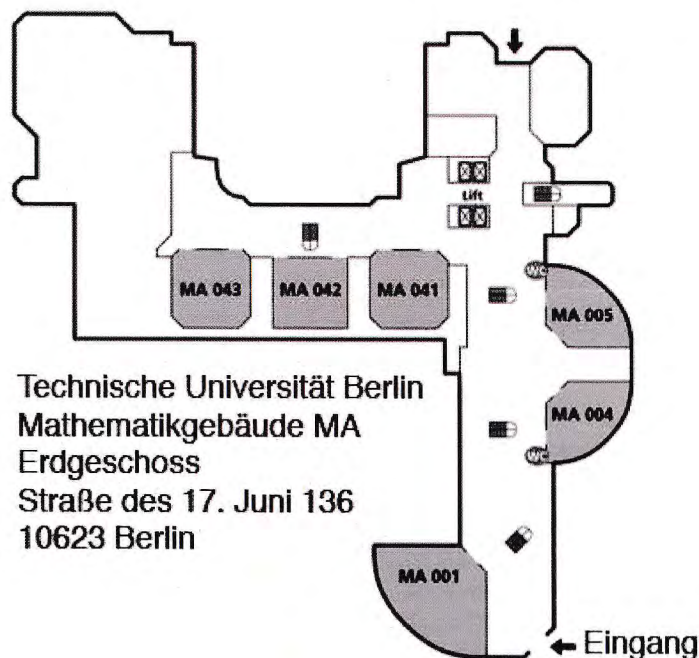
Der Wettbewerb findet in der Mensa der Technischen Universität statt. Die Teams sollen sich um 8:30 Uhr einfinden. Der Wettbewerb beginnt um 9:00 Uhr und endet um 12:00 Uhr. Anschließend gibt es ein gemeinsames Mittagessen.

Die Ergebnisse der Teams werden im Laufe des Nachmittags ausgewertet. Um 16:45 Uhr findet die feierliche Preisverleihung im Audimax des Hauptgebäudes der Technischen Universität mit musikalischer Begleitung durch die Big Band der Bertha-von-Suttner-Oberschule statt.

Es gibt zahlreiche Sach- und Geldpreise, darunter den von der Königlich Norwegischen Botschaft gestifteten „kleinen Nils-Hendrik-Abel-Preis“ in Höhe von 500 Euro für das Siegerteam der Klassen 9-10 und eine Reise nach Oslo zur Verleihung des „großen“ Abel-Preises, einer der höchsten internationalen Auszeichnungen für Mathematikerinnen und Mathematiker, für das Siegerteam der Klassen 11-13.

Vortragsprogramm

Die Vorträge finden im Mathematikgebäude (MA) der Technischen Universität statt, welches in ungefähr sieben Minuten von der Mensa aus zu Fuß zu erreichen ist.



Die Vorträge am Vormittag richten sich an Lehrer, während sich die Vorträge am Nachmittag in erster Linie an Schüler wenden, aber auch für Lehrer interessant sein dürften. Eine Übersicht über das Vortragsprogramm ist auf Seite 6 angegeben, Zusammenfassungen der Vorträge gibt es ab Seite 8, alphabetisch nach den Namen der Vortragenden sortiert.

Parallel zum Vortragsprogramm am Nachmittag besteht auch die Möglichkeit, sich über ein Studium der Mathematik an einer der Berliner Universitäten oder an der Technischen Fachhochschule zu informieren.

Den Abschluss des Vortragsprogramms bildet eine 3D-Show im Audimax des Hauptgebäudes der Technischen Universität, welches in drei Minuten vom Mathematikgebäude zu Fuß zu erreichen ist.

Was muss ich tun?

Schülerinnen und Schüler. Im Vorfeld müsst Ihr wie oben beschrieben mit Schulfreunden ein Team bilden und Euch über die Internetseite anmelden. Da wir nur eine begrenzte Anzahl an Teams zulassen können und die Anmeldungen nach ihrem zeitlichen Eingang berücksichtigen, solltet Ihr Euch entsprechend frühzeitig darum kümmern. Ihr solltet Euch vorher auch überlegen, zu welchen Vorträgen Ihr am Nachmittag gehen wollt.

Am Samstag, den 6. Mai, meldet Ihr Euch teamweise um 8:30 Uhr beim Empfang des Berliner Tags der Mathematik in der Mensa der Technischen Universität. Da wir mit ungefähr 1000 Teilnehmern und einem entsprechenden Durcheinander rechnen, solltet Ihr Euch mit Euren Teamkollegen am besten schon vorher treffen. Mitzubringen sind neben den bereits erwähnten Utensilien für den Wettbewerb etwas Geld, bei Bedarf Papier für Notizen am Nachmittag und vielleicht auch etwas zu Trinken und zu Essen. Das gemeinsame Mittagessen kostet 1 Euro pro Person. Am Nachmittag hat die Cafeteria im Mathematikgebäude geöffnet (dort gibt es Getränke, belegte Brötchen, warmes Essen usw.).

Wenn Ihr nicht am Wettbewerb teilnehmen, aber Euch trotzdem die Vorträge am Nachmittag anhören wollt, so ist das selbstverständlich auch möglich.

Lehrerinnen und Lehrer. Bitte machen Sie auf den Tag der Mathematik aufmerksam und motivieren Sie Schülerinnen und Schüler zur Teilnahme. Sie sind natürlich selbst herzlich dazu eingeladen.

Sollten dieses Heft oder die Internetseite noch Fragen offen lassen, können diese per E-Mail an

tdm@math.tu-berlin.de

gerichtet werden.

11. Berliner Tag der Mathematik

08:30	Einlass und Begrüßung TU Mensa	Raum MA005
09:00	Wettbewerb TU Mensa	09:15 S. Pauli, TU Computeralgebra im Schulunterricht am Beispiel der Kryptografie Für Lehrer, S. 26
12:00	Mittagspause TU Mensa	10:15 A. Fest, TU Visage - ein neues Gesicht für die diskrete Mathematik im Schulunterricht Für Lehrer, S. 12
13:00	Vorträge für Schüler und Lehrer MA004, MA005, MA041, MA042, MA043	11:15 L. Kohaupt, TFH Wie schwingt ein PKW? Für Lehrer, S. 19
16:15	J. Sullivan, TU: Mathematik in 3D Audimax, S. 30	MA Foyer
16:45	Preisverleihung Audimax	13:00 Informationen zum bis Studium der Mathematik 16:00
17:30		

Raum MA004	Raum MA005	Raum MA041	Raum MA042	Raum MA043
13:00 J. Rademacher, WIAS Orientierung für das Listing-Möbiusband Ab Klasse 7, S. 27	W. Schulz, HU Rund um den Satz von Varignon Ab Klasse 9, S. 29	O. Sander, FU Operationsplanung mit finiten Elementen Ab Klasse 10, S. 28	C. Gunn, TU Projective Geometry: Paradoxes, Polarities, Pictures Ab Klasse 11, S. 17	A. Griewank, HU Gitarrenstimmen in großen Terzen Ab Klasse 7, S. 15
13:45 A. Mielke, WIAS / HU Mathematische Vermehrung von Mengen, Flächen, Volumen und Geld? Ab Klasse 7, S. 22	H.-G. Bothe, FU Topologische Basteien – mit den Händen und im Geiste Ab Klasse 9, S. 10	E. Behrends, FU Mit Mathematik zum Milliärdär – wie funktioniert GOOGLE? Ab Klasse 10, S. 8	F. Nicolae, TU Ungelöste Primzahlprobleme Ab Klasse 9, S. 24	
14:30 H. Lamecke, ZIB Mathematik gut in Form: Was steckt hinter Morphing? Ab Klasse 7, S. 21	U. Grömping, TFH Simulation und Modellbildung – vom "drunken walker" zur nützlichen Statistik Ab Klasse 9, S. 16	T. Neukirchner, HU Gerade Kurven auf krummen Flächen Ab Klasse 10, S. 23	U. Kühn, TU "1 + 1 = 0" - Seltsam, oder doch nicht? Ab Klasse 11, S. 20	
15:15 P. Deuffhard, ZIB Mathematik in Hollywood Ab Klasse 7, S. 11	R. Borndörfer, ZIB Von Alcuins Transportproblemen zur Verkehrs- optimierung Ab Klasse 9, S. 9	N. Gauger, HU / DLR Warum fliegen Flugzeuge und wie optimiert man sie? Ab Klasse 11, S. 13	B. Gentz, WIAS Die Mathematik der Eiszeiten Ab Klasse 11, S. 14	M. Oelrich, TU Wie schnell ist schnell genug? Wir berechnen eine Primzahltable Ab Klasse 9, S. 25

Mit Mathematik zum Milliardär - wie funktioniert GOOGLE?

E. Behrends, FU

Ab Klasse 10

Die Gründer von Google, Sergej Brin und Lawrence Page (siehe Bild) waren noch vor wenigen Jahren frischgebackene Universitätsabsolventen mit einem Informatikdiplom in der Tasche. Inzwischen sind sie Multimilliardäre. Eine derartig steile Karriere hat es nie vorher gegeben.



Das Geheimnis ihres Erfolgs besteht in einer genialen Idee: Wie kann man in den unübersehbaren Weiten des Internet die für eine konkrete Anfrage wichtigen Seiten herausfiltern und so anbieten, dass die „wichtigen“ Seiten als erste zu finden sind?

Zur Lösung des Problems muss man den richtigen Ansatz finden. Damit landet man mit gar nicht einmal so aufwändiger Mathematik bei einem konkreten Gleichungssystem. Dieses ist leider riesengroß, es umfasst an die 20 Milliarden Gleichungen mit 20 Milliarden Unbekannten, und ist mit noch so schnellen Computern nicht zu lösen. Um weiter zu kommen, sind noch weitere Ideen erforderlich. Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung führen zum gewünschten Ergebnis. Das klappt deswegen, weil der „Wichtigkeits“-Ansatz von Google auch als Vorschrift für einen Zufallsspaziergang im Internet interpretiert werden kann.

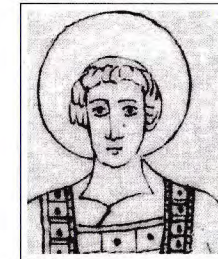
In dem Vortrag sollen die wichtigsten Ideen dargestellt werden. Wer weiß, was ein Gleichungssystem mit mehreren Unbekannten ist, müsste die wichtigsten Ideen verstehen können.

Von Alcuins Transportproblemen zur Verkehrsoptimierung

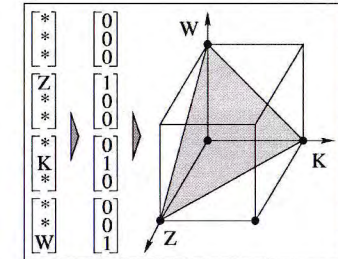
R. Borndörfer, ZIB

Ab Klasse 9

Karl der Große holte im Jahre 781 den Gelehrten Alcuin von York an seinen Hof. Sein Auftrag: die Reform des Bildungssystems im fränkischen Reich. Alcuin schrieb dabei das erste Mathematikbuch in lateinischer Sprache, die *Propositiones ad acuendos iuvenes*. Die Verschiffung eines Wolfes, einer Ziege und eines Kohlkopfes ist die bekannteste „Aufgabe zur Schärfung des Geistes der Jugend“ und zugleich der Urvater eines bis dahin unbekannten Typs von Fragestellungen, der *Transportprobleme*. Genau solche Probleme, nur wesentlich größer, treten heute vielfach im Verkehr auf.



Alcuin



Wolf, Ziege, Kohl

Die Lösung von Alcuins Aufgabe ist mit „scharfem Geist“ schnell gefunden. Was aber, wenn statt drei vier Tiere zu befördern sind? Oder wenn das Boot mehr als einen Gegenstand fasst? Oder ...? Die Liste möglicher Variationen ist beliebig lang und man scheint jedesmal von vorn überlegen zu müssen — unpraktikabel bei realen Transportproblemen, bei denen es ja gerade darum geht, sich ständig an neue Situationen anzupassen.

Um solche Fragen leichter beantworten zu können, werden wir Alcuins Kohlkopfverschiffung aus heutiger Sicht untersuchen. Dabei lernen wir zentrale Ideen aus der *kombinatorischen Optimierung* kennen, mit der man Transportprobleme systematisch lösen kann. Anschließend werfen wir einen Blick auf den aktuellen Stand in der Verkehrsoptimierung im öffentlichen Nahverkehr.

Topologische Basteleien - mit den Händen und im Geiste

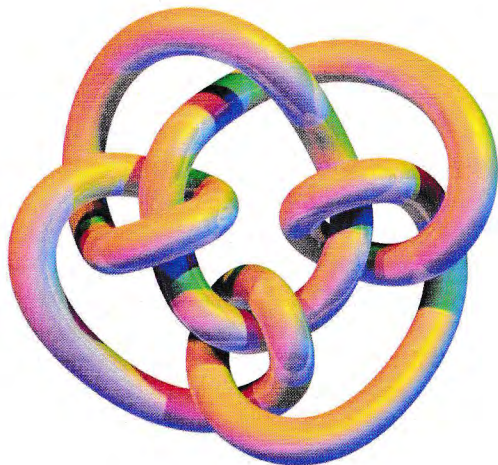
H.-G. Bothe, FU

Ab Klasse 9

Topologie ist sicher eines der Gebiete der Mathematik, auf denen seit Anfang des vorigen Jahrhunderts am intensivsten geforscht wird. Wenn die moderne Topologie auch recht kompliziert ist, so lassen sich ihr Anliegen und einige ihrer einfachsten Anwendungen in Physik und Biologie doch ganz anschaulich beschreiben.

Wie kann man sich die häufig sehr komplizierte Bewegung eines Doppelpendels äußerst zweckmäßig geometrisch vorstellen? Was bedeutet eine mögliche Verschlingung oder Verknotung von DNS-Molekülen, und wozu hat die Frage nach allen möglichen Knoten in der Mathematik geführt?

Das und einiges mehr soll anhand vieler Bilder und einiger Basteleien beantwortet werden, um damit auch eine Ahnung davon zu vermitteln, worum es in der Topologie geht.

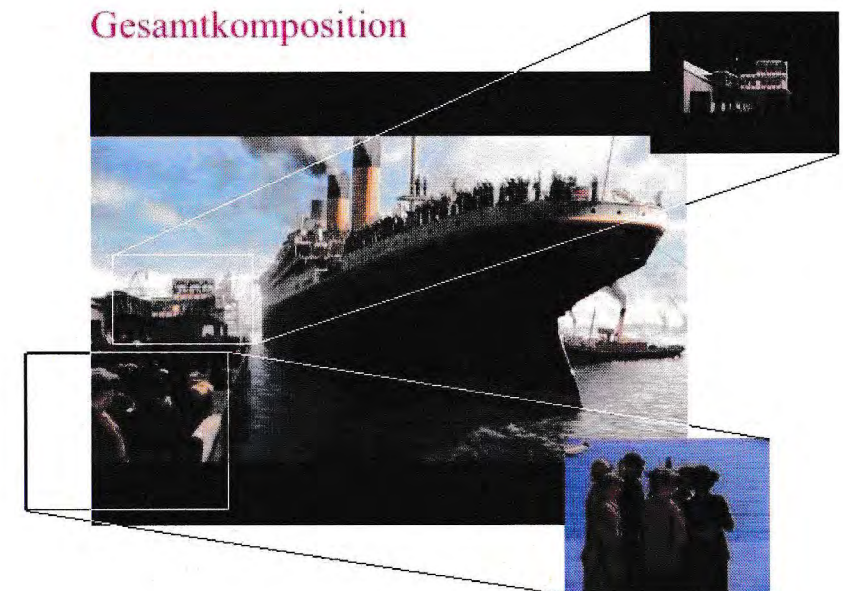


Mathematik in Hollywood

P. Deuffhard, ZIB

Ab Klasse 7

Mathematik wird immer umfangreicher in Filmproduktionen eingesetzt und zwar nicht nur in der digitalen Bildverarbeitung, sondern auch über die möglichst realistische Simulation physikalischer Prozesse. Spezielle Effekte wie die Überflutung von Manhattan, der Untergang der Titanic oder die Animation eines ganzen Films wie bei Polar-Express – ohne modernste mathematische Verfahren sind diese Wirkungen auf der Leinwand nicht zu erzielen. Im Vortrag gehen wir mit eindrucksvollen Beispielen auf die Mathematik ein, die besonders in Hollywood die Kinowelt verändert. Darüber hinaus wird auch eine Simulation der Tsunami-Welle vorgeführt, die so verheerende Verwüstungen in Südostasien angerichtet hat.



Visage - ein neues Gesicht für die diskrete Mathematik im Schulunterricht

A. Fest, TU

Für Lehrerinnen und Lehrer

Wie fährt eigentlich die Müllabfuhr? Wie komme ich am schnellsten von der TU nach Hause?

Der neue Rahmenlehrplan für die Mathematik der Sekundarstufe I sieht mit zwei neuen Wahlmodulen für die Klassenstufen 7/8 bzw. 9/10 vor, solche alltagsbezogenen Fragestellungen mit Hilfe von Graphenalgorithmen, einem Teilgebiet der Diskreten Mathematik, zu behandeln. Zentrale Aspekte dieser Module sind der Erwerb von mathematischen Modellbildungskompetenzen sowie die Ausbildung algorithmischen Denkens. Insbesondere eignet sich diese Thematik besonders gut für das selbstständige entdeckende Lernen. Der Einsatz von geeigneter Lernsoftware liegt bei diesem Themenkreis besonders nahe und wird auch im Rahmenlehrplan vorgeschlagen.

Die im vom DFG-Forschungszentrum Matheon geförderten Projekt Visage entwickelten interaktiven Arbeitsblätter und Computerprogramme sollen hierbei die Schüler in ihrem Lernprozess unterstützen. Die Software fördert dabei einerseits den Modellbildungsprozess und schult andererseits durch geeignete Visualisierungen das Verständnis der verwendeten Graphenalgorithmen. Anhand von zwei praxisnahen Beispielen sollen in diesem Vortrag die Möglichkeiten der Software Visage und ihres Einsatzes im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I dargestellt werden.

Warum fliegen Flugzeuge und wie optimiert man sie?

N. Gauger, HU und DLR

Ab Klasse 11

Die Umströmung eines Flugzeuges wird durch die so genannten Navier-Stokes Gleichungen beschrieben. Die Frage nach der Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen dieser Gleichungen ist eines der sieben Millennium Probleme:

http://www.claymath.org/millennium/Navier-Stokes_Equations

Auf die Lösung dieser Probleme ist jeweils ein Preisgeld von 1.000.000 Dollar ausgesetzt! Nichtsdestotrotz kann man heutzutage mit Hilfe des Computers Näherungslösungen für die Navier-Stokes Gleichungen berechnen und somit die aerodynamischen Kennzahlen, wie zum Beispiel den Auftrieb oder den Widerstand, von Flugzeugen bestimmen. Ein nächster Schritt ist der Übergang von der rechnergestützten Simulation der Umströmung von Flugzeugen hin zu deren Optimierung.

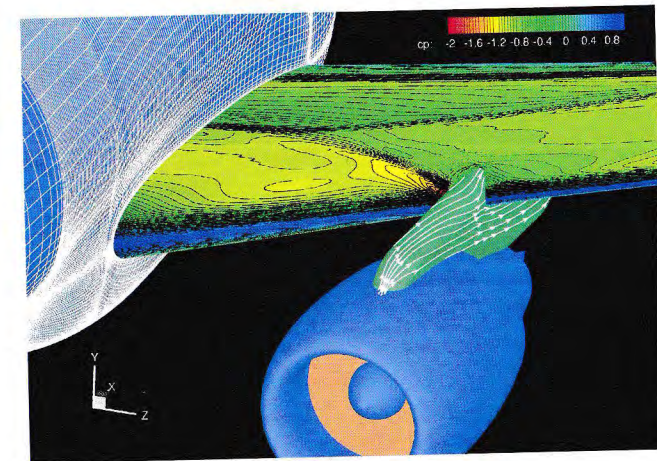


Bild: DLR

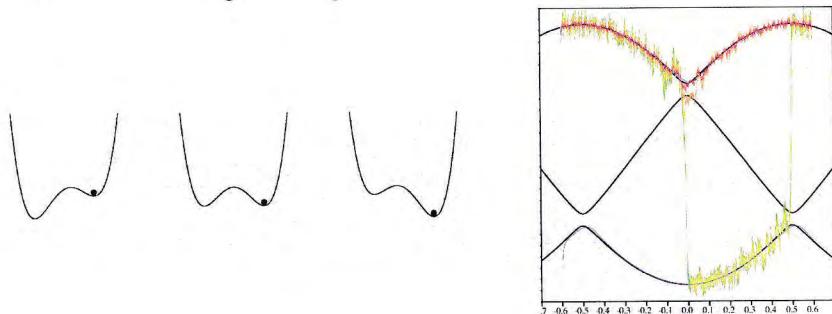
Die Mathematik der Eiszeiten

B. Gentz, WIAS

Ab Klasse 11

Die großen Eiszeiten traten nahezu periodisch im Abstand von 90 000 Jahren auf. In den zwanziger Jahren des vorigen Jahrhunderts versuchte der serbische Mathematiker Milankovitch diese Periodizität zu erklären mit Hilfe der natürlichen Schwankung der Sonneneinstrahlung auf der Erde, die von Exzentrizität und Neigung der Umlaufbahn der Erde um die Sonne sowie dem Datum der Tagundnachtgleiche abhängt. Diese Einflüsse zusammen ergeben jedoch nur eine geringe Veränderung der Wärmeeinstrahlung, so dass unklar blieb, ob und wie sie einen relativ raschen Übergang von einer Warm- zu einer Eiszeit verursachen können.

Erst 1983 haben die Physiker Benzi, Parisi, Sutura und Vulpiani an einem stark vereinfachten, sogenannten Energiebilanzmodell gezeigt, dass solche Übergänge tatsächlich möglich sind, wenn zu der schwachen periodischen Veränderung eine ebenfalls kleine zufällige Störung tritt.



Seit Bekanntwerden dieses *stochastische Resonanz* genannten Phänomens wird es in vielen anderen Zusammenhängen ebenfalls beobachtet, insbesondere in technischen Geräten wie Ringlasern und Schmitt-Trigger. Interessanterweise wird heute stochastische Resonanz auch in der Verarbeitung sensorischer Reize vermutet. Experimente mit jungen Löffelstören zeigen eine erstaunliche Sensitivität gegenüber den schwachen, periodischen elektrischen Feldern, die das Plankton erzeugt, von dem die jungen Fische sich ernähren.

In diesem Vortrag wollen wir diskutieren, wie es zu dieser Verstärkung einer leichten periodischen Störung durch den Zufall kommen kann.

Gitarrenstimmen in großen Terzen

A. Griewank, HU

Ab Klasse 7

Üblicherweise werden die sechs Saiten der Gitarre von unten in drei Quartan, einer großen Terz und dann einer weiteren Quarte gestimmt. Dadurch besteht der Abstand zwischen der untersten und obersten Saite aus zwei Oktaven, das heißt $24 = 4 \cdot 5 + 4$ Halbtonschritten, aber die Griffstrukturen der verschiedenen Akkorde sind eher unregelmäßig.

Wir diskutieren einen auf den Jazz Gitarristen Jack Patt zurückgehenden Vorschlag aus dem Jahre 1964, Gitarren gleichmäßig in fünf großen Terzen zu stimmen. Dabei ergeben sich verschiedene mathematische Gesichtspunkte bezüglich der Frequenzverhältnisse in natürlichen und temperierten Tonleitern. Im Vortrag werden die theoretischen Aussagen mit einer E-Gitarre praktisch vorgeführt.

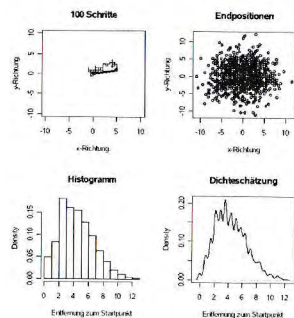


Simulation und Modellbildung - Vom „drunken walker“ zur nützlichen Statistik

U. Grömping, TFH

Ab Klasse 9

In vielen Anwendungsbereichen spielen Simulation und Modellbildung heutzutage eine sehr wichtige Rolle. Im ersten Teil dieser Veranstaltung werden wir für ein anschauliches Beispiel - den Heimweg eines Betrunkenen - verschiedene Simulationsmodelle entwickeln und mit Hilfe der kostenlos verfügbaren Computersprache R auch gleich ausprobieren. Dabei werden wir feststellen, wie unterschiedliche Modellannahmen die Ergebnisse verändern. Anschließend betrachten wir Beispiele



für den Einsatz von Simulation und Modellbildung in praktischen Anwendungen. So können zum Beispiel mit Hilfe von Modellierung und Simulation interessante Erkenntnisse über die Auswirkungen von „Smog“ auf die Sterblichkeit von Menschen gewonnen werden. Mit Hilfe von Modellierung und Computereperimenten können die vom Motor an einen PKW übertragenen Vibrationen reduziert werden, oder eine vorgeschlagene Vorgehensweise zur Qualitätssicherung kann durch Simulation auf ihre praktischen Auswirkungen überprüft werden.



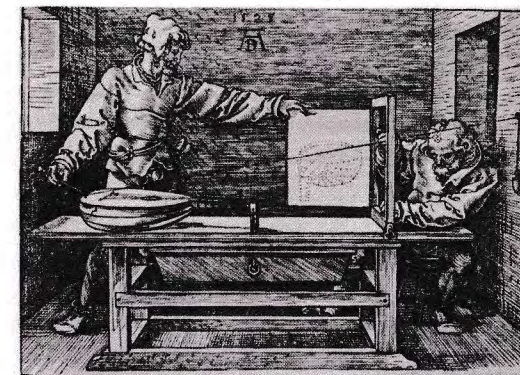
Projective Geometry: Paradoxes, Polarities, Pictures

C. Gunn, TU

Ab Klasse 11

Vortrag entsprechend der Wünsche des Auditoriums auf Englisch oder Deutsch möglich. Die Sprache der Wissenschaft ist heutzutage Englisch.

Although today the principles of perspective drawing appear self-evident, it was only 600 years ago that the first such paintings appeared. A new geometry was soon born to explain such phenomena as the vanishing point, where parallel lines appear to meet. This new geometry, brought forth by mathematicians such as Desargues and Pascal, was soon overshadowed by the more conventional one now known as Cartesian geometry, named for Desargues contemporary Descartes. The new geometry was rediscovered at the beginning of the 19th century by Poncelet and others. It became known as projective geometry and has played a central role in modern mathematics.



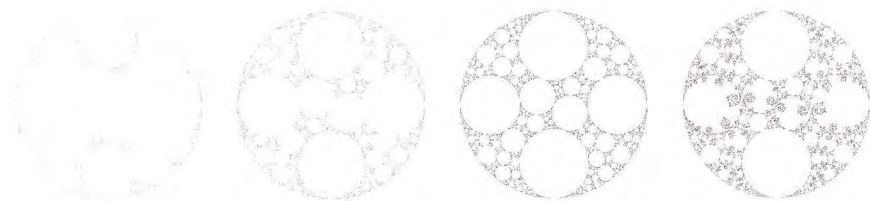
59. Dürer. DEMONSTRATION OF PERSPECTIVE.
Woodcut, 1525

In this talk I will give a simple introduction to the essential features of projective geometry. Projective geometry is full of paradoxes. To solve the problem of

vanishing points, projective geometry adds new points, called ideal points. So the first paradox is: parallel lines meet in ideal points – but parallel lines are defined as lines which never meet! With the added ideal points, lines become closed like circles – but remain completely straight! The talk will discuss ways one can come to terms with these paradoxes.

Projective geometry established itself, despite paradoxes, partly due a deep symmetry known as duality (or sometimes polarity). In the Euclidean plane, if you have two points, there is a unique line joining them. However, if you have two lines, then there is a unique point lying on both lines – except when the two lines are parallel. In projective geometry, this exception is no longer present. In fact, the axioms for projective geometry are symmetric with respect to certain terms (point/line) and relations (join/intersect). Every true theorem has a true dual partner, in which these terms have been exchanged. We will bring some examples.

The last section of the talk will focus on current research based on projective geometry. To understand this, one has to expand projective geometry to include complex numbers. (Complex numbers arise from supposing that square roots of negative numbers exist!) On this complex projective line one can define projective transformations, just as for a real projective line. These transformations, considered as motions of the two dimensional plane, include the Euclidean isometries and other well-known motions. But there are also many other movements possible. When one takes two such motions and considers all possible combinations of these movements and their inverses, one finds that almost all points of the plane tend to move towards a special set of points, the so-called limit set. This limit set is invariant under the motions, and in certain cases it is a curve that can be straightened out to make a circle, such as the four examples on the bottom of this page. We will look at other examples of these fascinating curves.

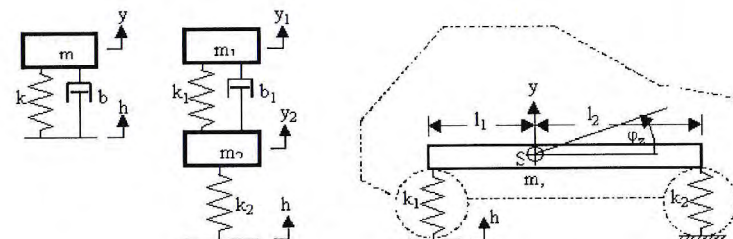


Wie schwingt ein PKW?

L. Kohaupt, TFH

Für Lehrerinnen und Lehrer

Im Vortrag werden drei einfache Modelle von Personenwagen untersucht: ein Modell mit einem Freiheitsgrad (= Modell 1), das die Vertikalbewegungen eines Fahrzeugs beschreibt, und zwei Modelle mit zwei Freiheitsgraden, wobei das eine (= Modell 2) die Vertikalbewegungen von Aufbau und Rad beschreibt und das andere (= Modell 3) die Hub- und Nickbewegungen.



Der Vortrag hat zwei Ziele:

- (Z1) Herleitung der Bewegungsgleichungen für die Modelle,
- (Z2) Darstellung der Schwingungen durch bewegte Bilder an einem Rechner.

Bei (Z1) lernen die Zuhörerinnen und Zuhörer die Eulersche Schnittmethode, die Matrixschreibweise für die Bewegungsgleichungen sowie die Rückführung einer Weganregung auf eine Kraftanregung kennen.

Bei (Z2) wird das Programm „MSC/NASTRAN for Windows“, welches auf der sogenannten Finite-Elemente-Methode beruht und in der Industrie weit verbreitet ist, erläutert und angewandt. Dargestellt werden freie Schwingungen (genauer: Eigenschwingungen) sowie Schwingungen infolge von harmonischen (hier: sinusförmigen) Weganregungen.

Der Vortrag ist allgemeinverständlich gehalten.

“ $1 + 1 = 0$ ” – Seltsam, oder doch nicht?

U. Kühn, TU

Ab Klasse 11

Reste bei Divisionen ganzer Zahlen sind meist recht lästig, mitunter aber auch sehr nützlich. Ein einfaches Beispiel kennt jeder: Das Ziffernblatt der Uhr – Reste bei Division durch 12.

Nutzen wir nicht 12, sondern Primzahlen und insbesondere deren kleinsten Vertreter 2 als Divisor, so haben die Reste besondere Eigenschaften: Wir können mit ihnen die bekannten vier Grundrechenarten durchführen – modulare Arithmetik. Für den Divisor 2 gilt dann in der Tat “ $1 + 1 = 0$ ”.

Hierfür gibt es viele sinnvolle praktische Anwendungen: Prüfsummen bei der ISBN-Nummer auf Büchern oder Erkennung von Übertragungs- und Lesefehlern bei Netzwerken und Computern. Weiterentwicklungen führen dazu, dass man CDs mit Löchern ohne Aussetzer anhören kann. Modulare Arithmetik wird aber auch in der Kryptographie angewendet, der Wissenschaft von der Ver- und Entschlüsselung von Texten und Daten, die zum Beispiel bei Handys und beim Online-Banking zum Einsatz kommt.

Im Vortrag wollen wir auf solche Anwendungen anhand von interessanten Beispielen näher eingehen.



-----BEGIN PGP PUBLIC KEY BLOCK-----
Version: GnuPG v1.4.2 (GNU/Linux)

```
mQGIBD/suZERBACb1aHqVpQY3T/zvx44En+e16LmCy2dijvG1Roas3+JC2+OL5X1H
/K+/eELM6OPJ6dEdMNH0Iurun2p3aLmMQ/O90EU7+X6/Wm+Sr9hULYO/Yf8BqLn9
JyTTU/yAzzqu6Jv4Lwx2F0uwhjntb41+oFGBtboUN/PrOWUpCwOehtiwcG8hBU
XSimRkWCNE1QVScfvsDwdMA5J+OVK1m779nWZHBdJrBwzFL1QfG+MfLyVgr8s/U
CK+8A/9nie33KAA9I12buCZYOPcMdzpCGXCZF3I2qdLbDwv2e6tZnkb1Xo964b
dAuVzjfpOSZz8v79T8pKswZP6L5Zbh9UwerCQ95Ag7QKzFIYgLnTu2oH9j8yRoey
aHx61c4Nyv9nK8ryjhb0qhM+eVBjuaJg3DS08FAg9Q+f8c3OU7Q1Rmxvcm1hbiBI
ZXNzIDxoZXNzQG1hdGudHUtYnVybG1uLmR1PohbBBMRAGAbBQI/7LmRBgsJCAcD
AgMVAgMDFGIBAh4BAheAAAOJEJdZOXUpk1Q8huEAnOPX0cRU0yGberh3ywsD0nj
mEnSAJ9bLCX7UwdV1MkTVxbog1AILBA17kCDQ/7LmaEAgAoJNqnUx2+OmLWktP
e4MxRF1G3Uv1hIV8+80puziFPrJA1wN0xtTmPcb1jvQutCjcr+f7dRuHqFDZRB1o
OARNQMco2CXAAuH12S1WAHbf4W4Mh7Ntg/h22efvJ51WvYyaiN7ZXVK3M2Lj3b8j
BBgRAgAMBQJOpHjHBQKJZgAAAOJEHSpXUA7bbFxmgaN2b5A2YRPCWsaYi9Pst
sDnyeOUdAJ4seLqGNB+q/bq3eL1i7Qj5w1UAQ==
=FRx6
```

-----END PGP PUBLIC KEY BLOCK-----

Mathematik gut in Form: Was steckt hinter Morphing?

H. Lamecke, ZIB

Ab Klasse 7

Worin unterscheiden sich Gesichter? Welche Körper bezeichnen wir als ästhetisch? Wie lassen sich Formen vergleichen? Fragen dieser Art wurden bereits in der römischen und griechischen Kunst und Mythologie untersucht. Besonders deutlich lassen sich Formunterschiede in der Verwandlung erkennen.



Ob von der Puppe zum Schmetterling, dem Frosch zur Prinzessin oder vom Werwolf zur Lehrerin oder zum Lehrer: Alles ist möglich, wie wir aus Film und Fernsehen wissen. In dem Vortrag möchten wir hinter die Kulissen blicken und die Mathematik zur Formanalyse und Metamorphose am Beispiel des menschlichen Gesichtes illustrativ verdeutlichen.

Mathematische Vermehrung von Mengen, Flächen, Volumen und Geld?

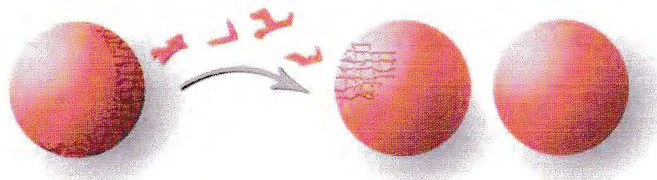
A. Mielke, WIAS und HU

Ab Klasse 7

Unendliche Mengen sind so reichhaltig, dass wir die Hälfte wegnehmen können und es bleibt immer noch so viel wie vorher. Zum Beispiel gibt es gleichviel natürliche Zahlen wie gerade natürliche Zahlen. Das war schon den alten Griechen bekannt. Aber hat die Ebene mehr Punkte als eine Gerade in der Ebene? Dies wurde erst vor etwas mehr als hundert Jahren stichhaltig geklärt.

Mathematisch wenig ernstzunehmende Methoden können dazu verwendet werden, um Flächen zu vermehren. Aus 64 Rechenkästchen machen wir durch Zerschneiden im Nu 65 gleichgroße. Aus 14 Zwergen werden durch Umschichtung ganz einfach 15 Zwerge. Mathematische Abstraktion führt zu ungeahnten Geldvermehrungsmöglichkeiten.

Schließlich haben Mathematiker bewiesen, wovon Physiker nur träumen können. Eine Kugel lässt sich so in fünf Teile zerlegen, dass neu zusammengesetzt zwei Kugeln entstehen, die den gleichen Radius haben und innen keinerlei Löcher aufweisen. Da dieser mathematische Satz so gegen jede Anschauung spricht, wird er auch als „Paradoxon“ der polnischen Mathematiker Stefan Banach und Alfred Tarski (1926) bezeichnet.



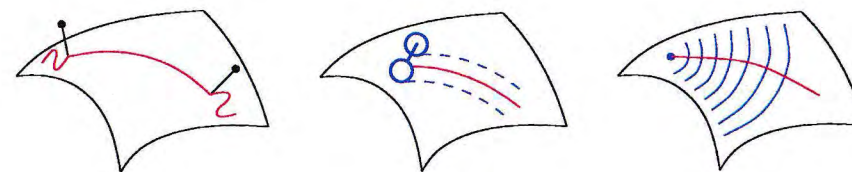
Gerade Kurven auf krummen Flächen

T. Neukirchner, HU

Ab Klasse 10

Um jemanden den Weg zur nächsten Bushaltestelle zu beschreiben, reichen die Begriffe *rechts*, *links* sowie Entfernungsangaben aus. Wenn wir uns stattdessen frei im Raum bewegen könnten, welche Begriffe zur Wegbeschreibung wären dann notwendig und wie müssten wir navigieren, um einer solchen Raumkurve zu folgen?

Die geometrischen Größen, denen wir hierbei begegnen, haben nicht nur universelle Bedeutung für alles, was sich in realer oder virtueller 3D-Welt bewegt, es lassen sich auch starre Gebilde, wie z.B. die räumliche Struktur eines Proteins oder die lästigen Krangel des Telefonkabels damit verstehen.



Als nächstes begeben wir uns wieder ins Zweidimensionale, diesmal allerdings auf Flächen, die irgendwie *krumm* im Raum liegen. Auch diese wollen wir durch (gedankliches) Herumfahren erkunden und auch hier müssen wir die uns gewohnten Begriffe zur Wegbeschreibung hinterfragen, denn was bedeutet es auf einer Kugeloberfläche *geradeaus* zu gehen und welches ist der *kürzeste Weg* von der linken oberen Ecke zur rechten unteren eines Schuhkartons? Die Physik weiß sich hier ohne große Formeln zu helfen. Wie aber steht es um die mathematischen Begriffe hinter diesen Phänomenen?

Computeralgebrasysteme im Unterricht am Beispiel der Kryptografie

S. Pauli, TU

Für Lehrerinnen und Lehrer

Wir zeigen am Beispiel der Kryptografie, wie Computeralgebrasysteme im Unterricht eingesetzt werden können.

Die meisten von uns benutzen in ihrem täglichen Leben Kryptografie beim Einkaufen im Internet, beim Homebanking oder beim Gebrauch von Chipkarten. Hier werden Verschlüsselungsverfahren mit einem öffentlichen und einem privaten Schlüssel (Public Key Cryptography) eingesetzt, welche auf Mathematik, insbesondere Zahlentheorie, basieren. Wir stellen ein solches Verschlüsselungsverfahren vor.

Mit dem Computeralgebrasystem KASH demonstrieren wir die Verschlüsselung und Entschlüsselung von Nachrichten mit Schlüsseln in kryptografisch relevanten Größenordnungen.

Obwohl nicht die gesamte Funktionalität von Computeralgebrasystemen für die Schulmathematik relevant ist, bieten sich dennoch interessante Anwendungsmöglichkeiten. Das an der TU Berlin entwickelte Computeralgebrasystem KASH enthält unter anderem:

- Langzahlarithmetik für ganze und rationale Zahlen
- Fließkommazahlen mit beliebiger Präzision
- Funktionen für lineare Algebra
- Arithmetik mit Polynomen
- Funktionen für viele andere algebraische Strukturen

Durch die einfache Programmierung in einer Pascal ähnlichen Programmiersprache mit funktionalen und objektorientierten Elementen lassen sich Algorithmen schnell ausprobieren.

KASH wird an der TU Berlin entwickelt und ist frei verfügbar. Es kann von

<http://www.math.tu-berlin.de/~kant/kash.html>

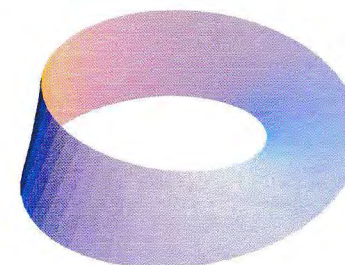
heruntergeladen werden.

Orientierung für das Listing-Möbiusband

J. Rademacher, WIAS

Ab Klasse 7

Zwei Jahre nach Heinrich Heines Tod, 1858, fanden die Mathematiker Johann Benedict Listing und wenig später August Ferdinand Möbius unabhängig voneinander das sogenannte „Möbiusband“: Es ist eine nicht orientierbare Fläche mit nur einer Seite. Das ist etwas besonderes, denn alle Flächen, die uns im Alltag begegnen, haben eine obere und eine untere Seite, oder eine innere und eine äußere Seite (Papierblätter, Rohre, Kleidungsstücke, ...). Die Tatsache, dass oben/unten von innen/außen unterscheidbar ist, bedeutet auch eine Orientierbarkeit der Fläche, und so etwas funktioniert beim Möbiusband nicht.



Diese Eigenschaft widerspricht zunächst unserer geometrischen Vorstellung und verwundert. Das ist auch eine Inspiration für Künstler, und so ist das Möbiusband in Bildern, Skulpturen, auf Briefmarken und Geldscheinen zu finden. Aber auch in der Elektronik, bei Fließbändern und Tonbändern wird es verwendet. Nicht zuletzt ist es aber ein grundlegender Baustein der Geometrie, und auch in anderen Teilen der Mathematik spielt es eine wichtige Rolle.

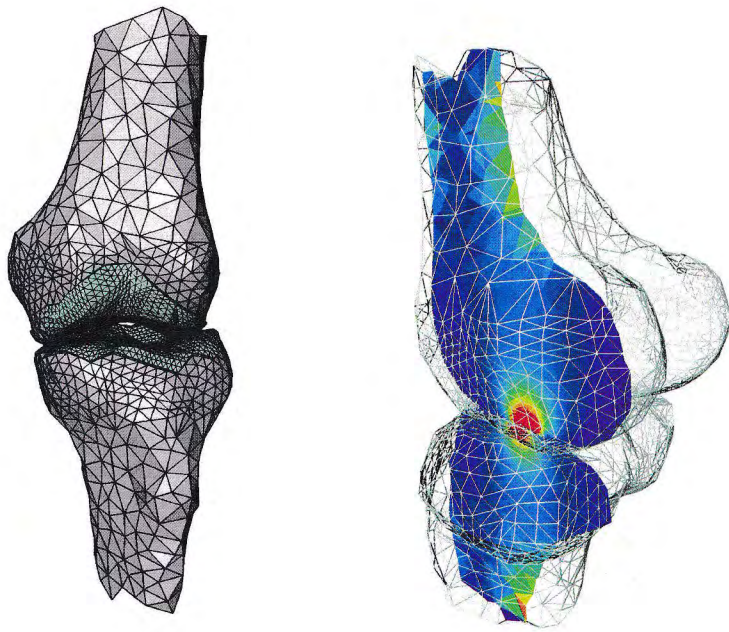
Der Vortrag erzählt vom Möbiusband: Es wird gebastelt, untersucht und seinen Eigenschaften nachgeforscht.

Operationsplanung mit finiten Elementen

O. Sander, FU

Ab Klasse 10

Chirurgische Eingriffe am menschlichen Bewegungsapparat müssen sorgfältig geplant werden, um Folgeschäden zu vermeiden. Moderne Computer eröffnen hier neue Horizonte. Operationen lassen sich komplett simulieren. So werden die Konsequenzen eines Eingriffs sichtbar, und der Operateur kann die optimale Vorgehensweise ermitteln. Dieser Vortrag beschreibt, wie solche Simulationen funktionieren und erklärt einige der dabei auftretenden mathematischen Probleme.

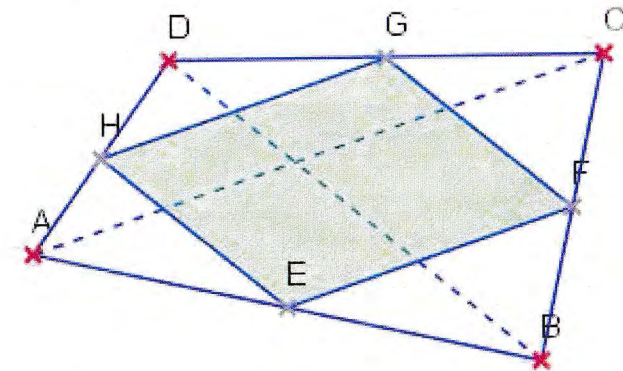


Rund um den Satz von Varignon

W. Schulz, HU

Ab Klasse 9

Der Satz von Varignon lautet: In jedem konvexen Viereck mit dem Flächeninhalt A ist das Seitenmittenviereck ein Parallelogramm mit dem Flächeninhalt $A/2$. Wir beschäftigen uns mit diesem Satz und überlegen, ob er sich verallgemeinern bzw. umkehren lässt.



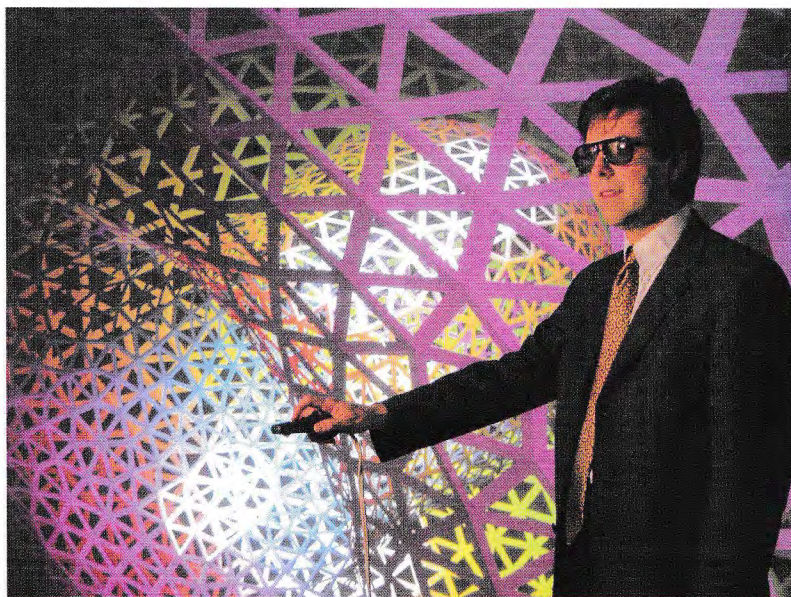
Mathematik in 3D

J. Sullivan, TU

Ab Klasse 7

Dieser Vortrag mit 3D-Show findet im Audimax um 16:15 Uhr für alle Klassen statt. Im Anschluss erfolgt die Preisverleihung.

Der Vortrag zeigt einige mathematische Phänomene anhand von 3D-Animationen, darunter die Umstülpung der Sphäre, hyperbolisch und sphärisch gekrümmte Räume, Rauchringfluss für Computergraphik und Stereo-Panoramabilder.

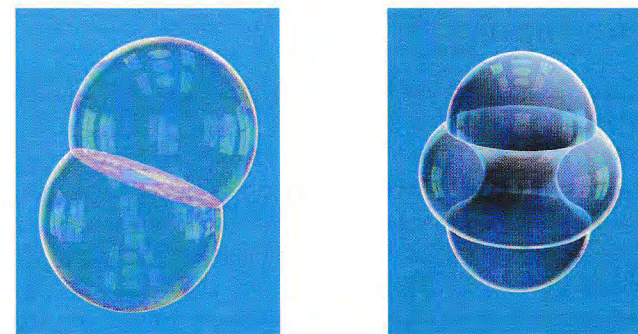


Quelle: TU Berlin/Böck

Das Plakat zum TdM 2006

Das diesjährige Plakat zum Tag der Mathematik zeigt eine von Prof. John Sullivan (TU Berlin) mit dem Computer erstellte Grafik.

Wenn Seifenblasen gebildet werden, so sorgt die Oberflächenspannung dafür, dass die Oberfläche der Seifenblase minimiert wird, während das Volumen natürlich gleich bleibt (sonst wäre die Seifenblase ja undicht!). Für eine Blase ergibt sich daher eine Kugel, für viele Blasen ein zunächst unübersichtlicher Schaum.



Wenn man sich solch einen Schaum ansieht, so findet man zwei prinzipielle Sorten von Seifenwänden: Die inneren, die zwei Schaumzellen voneinander trennen, und die äußeren, die den Schaum von der restlichen Umgebung trennen. Daher ist die Gesamtoberfläche der Seifenhaut zweier aneinanderstoßender Kugeln wie im linken Bild kleiner als die, die man für zwei einzelne Kugeln, die entsprechende Volumina haben, bräuchte. Die „innere Wand“ wird doppelt verwendet und spart so Oberfläche ein.

Könnte es sein, dass man noch weniger Fläche benötigt, wenn man die Kugeln ganz geschickt miteinander verknötet¹? Das Plakat und das Bild rechts zeigen ein Beispiel einer anderen Verknötung. Die eine Kugel wurde zu einem Ring umgeformt und wie ein Rettungsring über die andere geschoben. Für dieses Beispiel kann man, mit einiger Rechnerei, zeigen, dass es mehr Gesamtfläche benötigt als die *double bubble* im linken Bild. Aber vielleicht haben wir ja einfach nicht gut genug geknotet?

¹Mathematiker nennen auch nicht-verknötete Knoten Knoten — ein Ring, ein Seil, eine Schlinge, all das wird im Fachgebiet Knotentheorie untersucht.

Vor elf Jahren gelang erst der Beweis, dass für zwei Kugeln mit gleichem Volumen die einfache Art und Weise die beste ist. Dazu wurden von den Mathematikern Hass, Hutchings und Schlafly viele Möglichkeiten per Computer durchgerechnet. Und erst im März 2000 konnte von Frank Morgan, Michael Hutchings, Manuel Ritoré und Antonio Ros bewiesen werden, dass die von uns beobachtete „Doppelseifenblase“ wirklich immer die optimale Lösung ist, zwei Volumina mit minimaler Fläche zu trennen. Erstaunlicherweise brauchten diese für ihren Beweis keinen Computer — sondern nur Stift, Papier und gute Ideen!

Wer mehr über solche Mathematik erfahren möchte, kann dies am 11. Berliner Tag der Mathematik bei John Sullivan tun.

Wegbeschreibung

Ein Lageplan der Technischen Universität Berlin ist auf dem rückseitigen Umschlag dieses Hefts abgedruckt.

Die Mensa befindet sich in der Hardenbergstraße 34, gegenüber dem Steinplatz und zwischen den U-Bahnhöfen Zoologischer Garten und Ernst-Reuter-Platz, von denen sie durch einen kurzen Fußweg (ca. 10 min) gut zu erreichen ist. Das Gebäude ist von außen durch seine rote Farbe und den Schriftzug „Mensa“ leicht zu erkennen.

Das Mathematikgebäude befindet sich in der Straße des 17. Juni 136, zwischen U-Bahnhof Ernst-Reuter-Platz und S-Bahnhof Tiergarten, von denen es durch einen kurzen Fußweg ebenfalls gut zu erreichen ist (ca. 5 min vom U-Bahnhof Ernst-Reuter-Platz und 10 min vom S-Bahnhof Tiergarten). Das Mathematikgebäude hebt sich von außen durch seine Glasfassade mit rot-blauen Elementen hervor.

Das Audimax befindet sich im Hauptgebäude der Technischen Universität, Straße des 17. Juni 135, direkt gegenüber dem Mathematikgebäude.

Zwischen dem Hauptgebäude und dem Mathematikgebäude gibt es gebührenfreie Parkplätze (allerdings häufig belegt).

Organisation und Durchführung

Der 11. Berliner Tag der Mathematik wird von den mathematischen Instituten der Technischen Universität, der Freien Universität, der Humboldt Universität und der Technischen Fachhochschule, sowie dem Weierstraß-Institut für Angewandte Analysis und Stochastik und dem Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin durchgeführt. Die Leitung hat in diesem Jahr die Technische Universität.

Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik
Straße des 17. Juni 136
10623 Berlin

M. A. Christoph Eyrich
Dipl.-Medienberaterin Tanja Fagel
Prof. Dr. Stefan Felsner
Dipl.-Math. Andreas Fest
Herr Andreas Flügge
Dr. Charles Gunn
Prof. Dr. Florian Heß
Prof. Dr. Ulrich Kortenkamp
Dr. Ulrich Kühn
Dr. Florin Nicolae
Dipl.-Math. Martin Oellrich
Dr. Sebastian Pauli
Prof. Dr. John Sullivan
Prof. Dr. Petra Wittbold, Leitung

Freie Universität Berlin
Institut für Mathematik
und Informatik
Arminialle 2-6
14195 Berlin

Prof. Dr. Ehrhard Behrends
Prof. Dr. Hans-Günther Bothe
Dipl.-Inf. Oliver Sander
Dr. Felix Schulze

Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
12489 Berlin

Dr. Sören Bartels
Prof. Dr. Nicolas R. Gauger
Prof. Dr. Andreas Griewank
Dipl.-Math. Thomas Neukirchner
Prof. Dr. Wolfgang Schulz

Technische Fachhochschule Berlin
Fachbereich II Math.-Physik-Chemie
Luxemburger Straße 10
13353 Berlin

Prof. Dr. Norbert Kalus
Prof. Dr. Ludwig Kohaupt
Prof. Dr. Ulrike Grömping

Weierstraß-Institut für
Angewandte Analysis und Stochastik
Mohrenstr. 39
10117 Berlin

Dr. Barbara Gentz
Dr. Annegret Glitzky
Prof. Dr. Alexander Mielke
Dr. Jens Rademacher

Konrad-Zuse-Zentrum für
Informationstechnik Berlin
Takustrasse 7
14195 Berlin

Dr. Ralf Borndörfer
Prof. Dr. Peter Deuffhard
Dr. Volker Kaibel
Dipl.-Phys. Hans Lamecker

Bertha-von-Suttner-Oberschule
Reginhardstraße 172
13409 Berlin

OStR. Manfred Berger
Die Big Band der Bertha-von-Suttner-Oberschule sorgt für den musikalischen Rahmen.

Darüber hinaus Mitwirkung von 100 Tutorinnen und Tutoren der drei Berliner Universitäten und der Technischen Fachhochschule.

