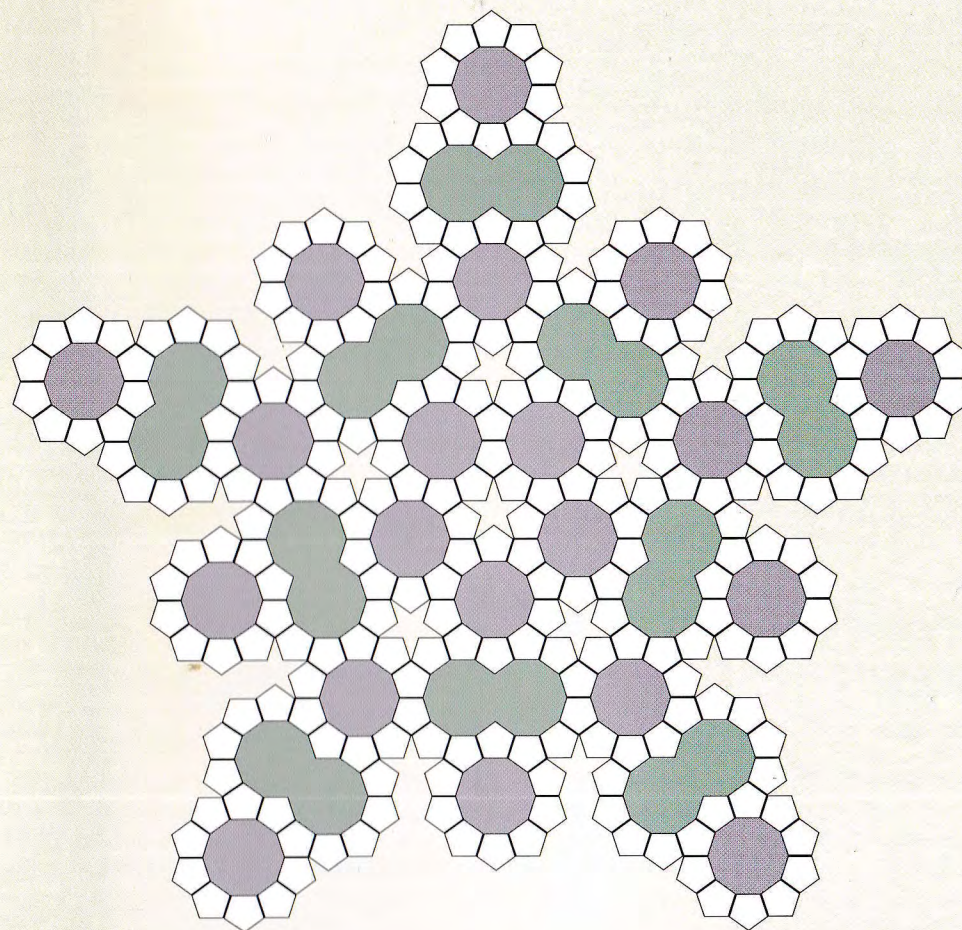


13. Berliner Tag der Mathematik

26. April 2008, Freie Universität Berlin



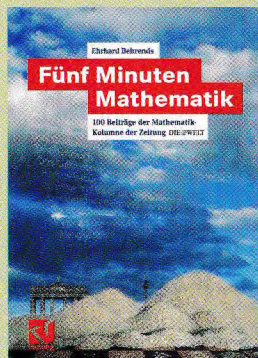
www.tdm.mathematik.de

Vorträge, Präsentationen und Informationen rund um die Mathematik

Mathematischer Schülerwettbewerb mit attraktiven Preisen

für Schüler der Klassenstufen 7/8, 9/10 und 11/12/13

Starke Titel bei Vieweg: Literatur im Jahr der Mathematik



Behrends, Ehrhard

Fünf Minuten Mathematik

100 Beiträge der Mathematik-Kolumne der Zeitung DIE WELT

2006. mit einem Geleitwort von Norbert Lössau. XVII, 254 S. mit 145 Abb. Geb.
EUR 22,90 ISBN 978-3-8348-0082-4

Das Buch enthält einen Querschnitt durch die moderne und alltägliche Mathematik. Die 100 Beiträge sind aus der Kolumne "Fünf Minuten Mathematik" hervorgegangen, in der verschiedene mathematische Gebiete in einer für Laien verständlichen Sprache behandelt wurden. Diese Beiträge wurden für das Buch überarbeitet, stark erweitert und mit Illustrationen versehen. Der Leser findet hier den mathematischen Hintergrund und viele attraktive Fotos zur Veranschaulichung der Mathematik.

Beutelspacher, Albrecht

"In Mathe war ich immer schlecht..."

Berichte und Bilder von Mathematik und Mathematikern, Problemen und Witzten, Unendlichkeit und Verständlichkeit, reiner und angewandter, heiterer und ernster Mathematik

4., überarb. und erw. Aufl. 2007. XII, 184 S. engl.
Br. EUR 19,90 ISBN 978-3-8348-0029-9

AUSBESPRECHUNGEN

"Mathematiker können auch anders. Das beweist Beutelspacher mit diesem Büchlein, das unterhaltsam und leicht zu lesen ist." Die Zeit

Taschner, Rudolf

Der Zahlen gigantische Schatten

Mathematik im Zeichen der Zeit

3., verb. Aufl. 2005. 202 S. mit 180 Abb. Geb.
EUR 38,00 ISBN 978-3-8348-0117-3

AUSBESPRECHUNGEN

"Überzeugt auch Skeptiker von der Faszination der Mathematik." Börsenblatt SPEZIAL, 03/2005

Paul, Dietrich

PISA, Bach, Pythagoras

Ein vergnügliches Kabarett um Bildung, Musik und Mathematik

2. Aufl. 2008. XVI, 212 S. mit 80 Abb. Musik-CD
Geb. EUR 24,90 ISBN 978-3-8348-0441-9

AUSBESPRECHUNGEN

"Wer wissen will, was unter dem Stichwort Pisa eigentlich alles schief gelaufen ist und wie es um unsere quizverliebte Wissensgesellschaft bestellt ist, der lese und höre 'Piano' Paul." Forschung & Lehre, 4/2006

Aigner, Martin / Behrends, Ehrhard (Hrsg.)

Alles Mathematik

Von Pythagoras zum CD-Player

2., erw. Aufl. 2002. VIII, 342 S. Br. EUR 24,90
ISBN 978-3-528-13131-9

AUSBESPRECHUNGEN

"Der sehr gute Eindruck der ersten Auflage wird durch die 2. erweiterte Auflage noch verstärkt." Zentralblatt MATH, 21/2004

zzgl. Versandkosten. Änderungen vorbehalten.
Erhältlich im Buchhandel oder beim Verlag.

Bestellungen unter:

Tel. 0611/7878-357
Fax: 0611/7878-420
ruediger.pech@gvv-fachverlage.de

Abraham-Lincoln-Straße 46
D-65189 Wiesbaden
Fax 0611 7878-420
www.vieweg.de



Wir laden alle Schüler und Lehrer zu uns ein, die sich für die Mathematik interessieren. Natürlich sind auch alle anderen, denen unser Programm zusagt, herzlich willkommen.

Am Vormittag findet ein Teamwettbewerb für Schüler statt. Daneben gibt es Vorträge für Lehrer.

Wir bieten ein preisgünstiges Mittagessen an.

Für den Nachmittag sind Vorträge und Präsentationen vorgesehen, gefolgt von einer festlichen Siegerehrung.

www.tdm.mathematik.de

Die Anmeldung der Schüler-Teams und zur Teilnahme am Mittagessen erfolgt online.

INHALT

Der Schülerwettbewerb	- - - - -	3
Preise und Siegerehrung	- - - - -	4
Unser Programm	- - - - -	6
Vorträge für Lehrer	- - - - -	8
Vorträge für Schüler und Lehrer	- - - - -	11
Sonderveranstaltungen	- - - - -	32
Zum Logo: Parkettierungen	- - - - -	35
Sponsoren und Organisatoren	- - - - -	43
Lageplan	- - - - -	44

Impressum Herausgeber dieses Programmhefts: Freie Universität Berlin, Fachbereich Mathematik und Informatik, Arnimallee 14, 14195 Berlin.

Satz und Gestaltung des Programmhefts: Oliver Deiser, FU Berlin.

Druck: Fachbereichsdruckerei, Königin-Luise-Str. 24 – 26, 14195 Berlin.

Für die Texte und Graphiken der Präsentationen sind die Vortragenden verantwortlich.

DER SCHÜLERWETTBEWERB

Der Schülerwettbewerb findet in der FU Mensa statt

ZWISCHEN 9 UND 12 UHR.

Einlass und Aufgabenverteilung zwischen 8:30 und 9:00 Uhr.

Es gibt drei Altersstufen:

7./8. KLASSE, 9./10. KLASSE, 11./12./13. KLASSE.

Jedes Team besteht aus drei oder vier Schülern einer Altersstufe.

Vier von der Altersstufe abhängige Aufgaben sind zu lösen.

Die Anmeldung der Teams erfolgt unter www.tdm.mathematik.de

BIS ZUM 14. APRIL 2008.

Bitte Papier und Schreibzeug mitbringen. Eine Standard-Schul-Formelsammlung und Lineal, Geodreieck, Zirkel dürfen benutzt werden. Andere Hilfsmittel sind nicht zugelassen, insbesondere auch kein Taschenrechner.

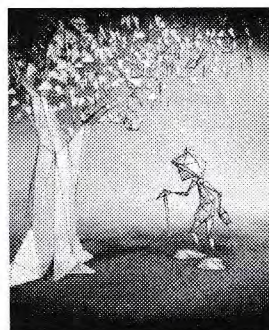
PREISE UND SIEGEREHRUNG

SIEGEREHRUNG

Die Siegerehrung findet ab 16:30 im Hörsaal 1A der „Silberlaube“ statt (hinter der FU-Mensa). Der Präsident der Deutschen Mathematiker-Vereinigung Günter M. Ziegler überreicht die Preise. Der Hauptpreis wird vom Norwegischen Botschafter Sven Erik Svedman übergeben.

16:30 – 16:45	Grußwort von Günter Ziegler
16:45 – 17:15	Filmpräsentation von Konrad Polthier „Aus dem Kino der Mathematik“
17:15 – 18:00	Preisverleihung

Konrad Poltbier von der Arbeitsgruppe „Mathematische Geometrieverarbeitung“ der FU zeigt und kommentiert Trailer von mathematischen Filmen, mit Kurzauftritten vom Dreiecksmännchen, Hex und Square, und anderen Hollywoodgrößen.



PREISE FÜR DIE KLASSEN 7/8

1. Preis	500 Euro	gestiftet von: Siemens
2. Preis	300 Euro	Siemens
3. Preis	200 Euro	Bertha-von-Suttner-Oberschule
4. Preis	150 Euro	Siemens
5. Preis	100 Euro	Siemens
6. – 10. Preis	Buchpreise	

PREISE FÜR DIE KLASSEN 9/10

1. Preis	500 Euro	Siemens
2. Preis	300 Euro	WIAS
3. Preis	200 Euro	WIAS
4. Preis	150 Euro	Siemens
5. Preis	100 Euro	Siemens
6. Preis	Mathe-DVD	Arbeitsgruppe Geometrieverarbeitung (FU)
7. – 10. Preis	Buchpreise	

PREISE FÜR DIE KLASSEN 11/12/13

1. Preis	Reise	zur Verleihung des Niels-Henrik-Abel-Preises in Oslo auf Einladung der Königlich Norwegischen Botschaft.
2. Preis	500 Euro	Siemens
3. Preis	300 Euro	ZIB
4. Preis	200 Euro	ZIB
5. Preis	150 Euro	Siemens
6. Preis	Mathe-DVD	Arbeitsgruppe Geometrieverarbeitung (FU)
7. – 10. Preis	Buchpreise	

Die Buchpreise wurden gestiftet von den Verlagen

BIRKHÄUSER, OLDENBOURG, SPEKTRUM, SPRINGER, VIEWEG

UNSER PROGRAMM

8:30 – 9:00	Einlass und Aufgabenverteilung in der Mensa
9:00 – 12:00	Schülerwettbewerb in der Mensa
9:00 – 12:00	Vorträge für Lehrer (je 45 Minuten)
12:00 – 12:45	Mittagessen in der Mensa
13:00 – 16:00	Vorträge für Schüler und Lehrer (je 45 Minuten)
16:30 – 18:00	Siegerehrung (Silberlaube, Nähe Mensa)

VORTRÄGE FÜR LEHRER

		<i>Raum</i>	<i>Beginn</i>
Bockmayr	Mathematik und Biologie	005	9:00
Klembalski	Seminarkurs Kryptographie – Zahlentheorie	005	10:00
Sack	Kochkurven und L-Systeme – Oder: Von Schneeflocken, Farnwedeln und sehr viel Staub	005	11:00

SONDERVERANSTALTUNGEN

		<i>Stufe</i>	<i>Raum</i>	<i>Beginn</i>
Kuss, Koppitz, Meyer, Reininghaus	3-D Wissenschaftskino	7	ZIB	13:00 14:00 15:00
Behrends	Ein Unendlichstel fehlt – Lina und die Grenzen der Mathematik	7	008	16:00– 16:15
Behrends	Ausstellung: Mathematik für alle Sinne	7	053	ab 13:00
Vogt	Penrose-Parkettierungen	7	Innenhof	ab 14:00
Vertreter der Institute	Informationen zum Studium	11	053	ab 14:00

Die Vorträge finden im Informatik-Gebäude, Takustraße 9, statt (siehe S. 44)

VORTRÄGE FÜR SCHÜLER UND LEHRER

		<i>Stufe</i>	<i>Raum</i>	<i>Beginn</i>	<i>Seite</i>
Behrends	Escher über die Schulter gesehen – Eine Einladung	11	005	13:00	11
Bothe	Blicke vom Raum auf die Ebene	7	051	13:00	12
Deiser	Irrationalität und Überabzählbarkeit – Ein ordnungstheoretischer Blick auf die reellen Zahlen	11	049	14:00	13
Ebert	Kann man die Zukunft berechnen?	7	051	14:00	14
Ecker	Geometrie von Seifenhäuten	9	006	14:00	15
Ehrhardt	Chaos in Liebesaffären – Ziehen sich Gegensätze an?	11	005	15:00	16
Gunn	Projective Geometry: Paradoxes, Polarities, Pictures	9	051	15:00	17
Hellwig	Wie konstruiert die Sonnenblume ihre Spiralmuster? Mathematische Modellierung der Spiralmusterbildung im Pflanzenreich	9	006	13:00	18
Lehmann	Die berühmteste Zahl der Welt – faszinierend und mysteriös	7	006	15:00	19
Luchko	Das Tautochronenproblem, und was die Ableitung der Ordnung 1/2 damit zu tun hat	11	049	15:00	20
Mendez	Der Satz des Pythagoras – Über „undenkbare“ Zahlen	9	005	14:00	21
Meyer	Auf der Suche nach dem Optimum – Wozu braucht man Kurvendiskussion?	9	046	15:00	22
Oellrich	Wie schnell ist schnell genug? Wir berechnen eine Primzahltablelle	7	008	13:00	23
Reinhardt	Was ist „digital“ beim digitalen Fernsehen?	7	008	14:00	24
Sack	Zuverlässige Herzschrittmacher und umweltfreundliche Spielkonsolen – Wozu man Mathematik gebrauchen kann	9	046	13:00	25
Sander	Operationsplanung mit finiten Elementen	9	046	14:00	26
Scherfner	Vom Möbiusband zur vierten Dimension	9	055	15:00	27
Schmid	Schon einmal in die Zukunft geschaut?	9	055	13:00	28
Stephan	Der schnellste Weg zum Ziel – Mathematik in Transport und Verkehr	9	055	14:00	29
Vogt	Einige Geheimnisse der Penroseparkettierungen	11	049	13:00	30
Weiser	Von flimmernden Herzen und zellulären Automaten	9	008	15:00	31

Die Vorträge finden im Informatik-Gebäude, Takustraße 9, statt (siehe S. 44)

Titel

Mathematik und Biologie

Vortragender

Alexander Bockmayr (FU Berlin)

Altersstufe

Lehrer

Raum

005

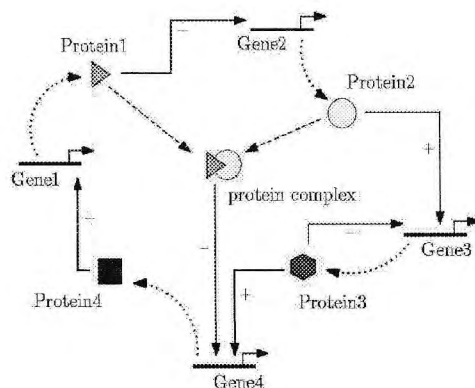
9:00

Zusammenfassung

Das klassische Anwendungsgebiet der Mathematik in den Naturwissenschaften ist die Physik. Im Zusammenhang mit der stürmischen Entwicklung der Lebenswissenschaften in den vergangenen Jahren gewinnen mathematische Fragen auch dort immer mehr an Bedeutung.

Der Vortrag zeigt an einigen Beispielen, welchen Beitrag die Mathematik zum Verständnis biologischer Systeme leisten kann. Im Mittelpunkt stehen dabei Rückkopplungsphänomene, die in einzelnen Zellen ebenso eine zentrale Rolle spielen wie in der Ökologie.

Spezielle mathematische Vorkenntnisse werden dabei nicht benötigt, so dass Grundideen auch im Schulunterricht vermittelt werden können.

**Titel**

Seminarkurs Kryptographie – Zahlentheorie

Vortragender

Katharina Klembalski (HU Berlin)

Altersstufe

Lehrer

Raum

005

10:00

Zusammenfassung

Seminarkurse sind mögliche Bestandteile des Abiturs, werden jedoch praktisch kaum durchgeführt.

Im Vortrag werden Kurskonzept und Erfahrungen aus der Erprobung eines Seminarkurses über Kryptographie und Zahlentheorie vorgestellt.

Der vorgestellte Seminarkurs verbindet inhaltlich sehr schöne und teilweise auch sehr alte Mathematik (elementare Zahlentheorie) mit modernen Anwendungen aus der Kryptographie (RSA, Zero-Knowledge-Verfahren).

Ein besonderer Vorteil der Thematik liegt darin, dass keine spezifischen Vorkenntnisse der Schüler notwendig sind. Andererseits können – bereits nach der Behandlung von nur wenigen Grundlagen – Themen auch hohen Anspruchsniveaus von den Schülern bearbeitet werden.

Weiterhin kann der Kurs außerordentlich variabel an die Interessen der beteiligten Schüler und Lehrer angepasst werden.

Titel

Kochkurven und L-Systeme –
Oder: Von Schneeflocken, Farnwedeln und sehr viel Staub

Vortragender

Uli Sack (FU Berlin)

Altersstufe

Lehrer

Raum

005

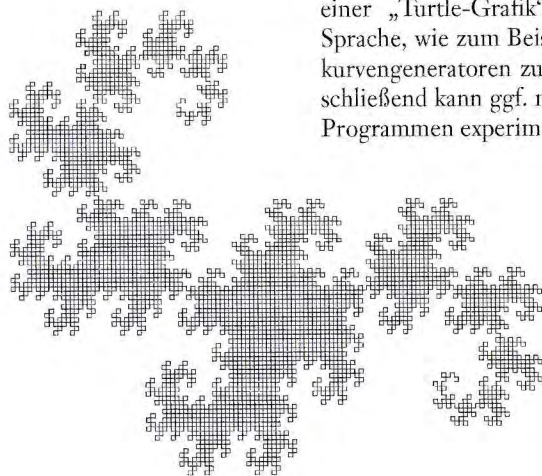
11 : 00

Zusammenfassung

Wegen ihrer ästhetischen Reize, aber auch wegen der überraschenden, geheimnisvoll erscheinenden Zusammenhänge haben Fraktale seit Jahrzehnten eine große Anziehungskraft.

Einige erstaunliche Aspekte lassen sich elementar begreifen. Nach der Einführung einer riesengroßen Menge Nichts beschäftigen wir uns mit Selbstähnlichkeitsdimension, allgemeinen Kochkonstruktionen und deren Darstellung als sogenannte Lindenmayer-Systeme (L-Systeme).

Diese Darstellung bietet sich an, um mit einer „Turtle-Grafik“ implementierenden Sprache, wie zum Beispiel Python, Fraktalkurvengeneratoren zu programmieren. Abschließend kann ggf. mit einfachen Python-Programmen experimentiert werden.

**Titel**

Escher über die Schulter gesehen – eine Einladung

Vortragender

Ehrhard Behrends (FU Berlin)

Altersstufe

ab 11. Klasse

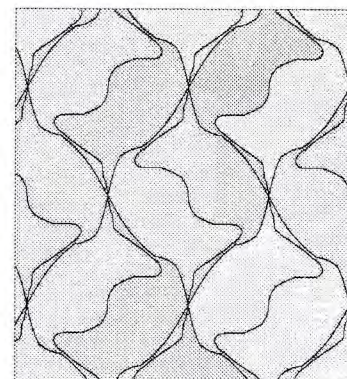
Raum

005

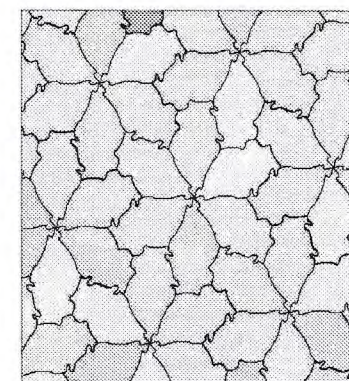
13 : 00

Zusammenfassung

Der holländische Grafiker Mauritz Cornelis Escher ist bei Mathematikern hoch angesehen, denn mehrere Aspekte seines Werkes haben etwas mit Mathematik zu tun.



In dem Vortrag wird es um flächenfüllende Muster gehen. Zunächst wird erklärt, was „Symmetrie“ für Mathematiker bedeutet. Ein bemerkenswertes Ergebnis sagt, wie man alle für Bilder interessanten Symmetrien der Ebene beschreiben kann. Und am Ende steht eine Anleitung: Es werden mehrere Verfahren erläutert, wie man Muster à la Escher selber herstellen kann.



Anregungen zum Selbermachen wird es genug geben, vielleicht kann man zur Unterstützung ausnahmsweise einmal eine Koalition zwischen Mathematik- und Kunstunterricht bilden.

Titel

Blicke vom Raum auf die Ebene

Vortragender

Hans-Günter Bothe (FU Berlin)

Altersstufe

ab 7. Klasse

Raum

051

13 : 00

Zusammenfassung

Es gibt interessante Sätze zur Geometrie der Ebene, die plötzlich ganz anschaulich werden, wenn man vom Raum her auf die Ebene blickt, obwohl sie dort recht schwer zu beweisen sind. Drei unterschiedliche Beispiele hierfür sollen das vor Augen führen.

Für in der Geometrie forschende Mathematiker ist räumliche Vorstellung eine wichtige Hilfe bei der Arbeit, wobei hier allerdings die Beschränkung auf höchstens dreidimensionale Räume zugunsten höherer Dimensionen aufgegeben werden muss. Einige kleine Seitenblicke beim Vortrag werden in diese Richtung gehen.

Titel

Irrationalität und Überabzählbarkeit –
Ein ordnungstheoretischer Blick auf die reellen Zahlen

Vortragender

Oliver Deiser (FU Berlin)

Altersstufe

ab 11. Klasse

Raum

049

14 : 00

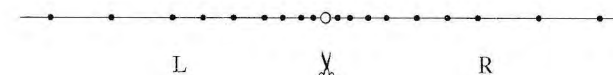
Zusammenfassung

Wie kann man ein räumliches oder zeitliches Kontinuum mathematisch beschreiben? Die vorherrschende Antwort auf diese Frage ist heute: Durch die reellen Zahlen. Die reellen Zahlen werden dabei fast automatisch mit arithmetischen Operationen, Nachkommadarstellungen usw. verbunden, mit rechnerischen Aspekten also.

Die Intuition eines Linearkontinuums ist aber noch vor aller Arithmetik durch ordnungstheoretische Gesichtspunkte geprägt: Durch ein „links oder rechts“ bzw. ein „früher oder später“ von zwei Punkten, und durch Beobachtungen wie zum Beispiel der Dichtigkeit, dass nämlich zwischen je zwei Punkten eines Kontinuums immer noch ein weiterer Punkt des Kontinuums liegt.

Es stellt sich also die Frage, ob und wie man ein mathematisches Kontinuum rein ordnungstheoretisch beschreiben und charakterisieren kann.

Wir werden eine solche Charakterisierung vorstellen und erklären. Als überraschende Anwendung zeigen wir – ohne jede Arithmetik – die Existenz von irrationalen Zahlen und die Überabzählbarkeit der reellen Zahlen.



Titel

Kann man die Zukunft berechnen?

Vortragender

Falk Ebert (TU Berlin)

Altersstufe

ab 7. Klasse

Raum

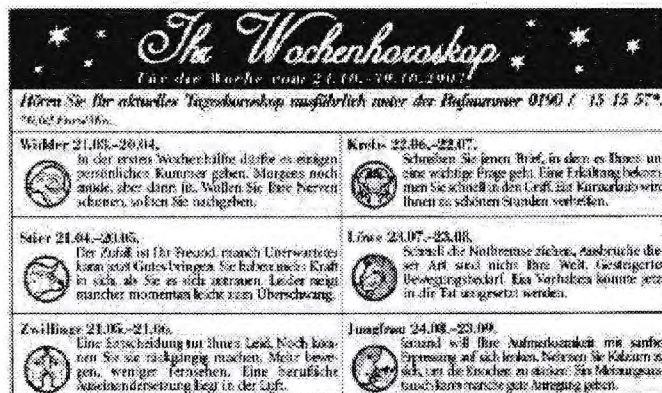
051

14:00

Zusammenfassung

Es ist erschreckend, wie wissenschaftsgläubig wir doch sind. Wir belächeln Horoskope, aber glauben blind alles, was den Aufdruck „wissenschaftlich erwiesen und berechnet“ trägt – seien das nun Wirtschaftsprognosen oder die Unheilsbotschaften zum Klimawandel.

Inwiefern ist Mathematik aber überhaupt in der Lage, etwas über die Zukunft auszusagen?

**Titel**

Geometrie von Seifenhäuten

Vortragender

Klaus Ecker (FU Berlin)

Altersstufe

ab 9. Klasse

Raum

006

14:00

Zusammenfassung

Wir führen eine Anzahl von Experimenten mit Seifenhäuten durch und erklären die verschiedenen Formen, welche man hierbei sehen kann.

Insbesondere beobachtet man, dass sich jeweils drei Seifenhäute entlang einer Kurve, auch Flüssigkeitskante genannt, im Winkel von 120 Grad treffen können. Weiterhin sieht man, dass jeweils vier Flüssigkeitskanten in einem Winkel von ungefähr 109 Grad zusammenlaufen können.

Wir beweisen dann, dass diese beiden Möglichkeiten die Gesamtstruktur von Seifenhäuten bereits vollständig bestimmen.

Titel

Chaos in Liebesaffären – Ziehen sich Gegensätze an?

Vortragende

Matthias Ehrhardt, Mai Huong Nguyen (TU Berlin, WIAS)

Altersstufe

ab 11. Klasse

Raum

005

15 : 00

Zusammenfassung

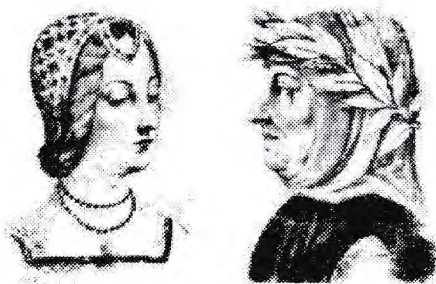
Wir werden das Auf und Ab in Liebesbeziehungen mit einem zeitverzögerten System von nichtlinearen Differentialgleichungen modellieren.

Dabei werden wir u.a. die Frage beantworten, ob sich Gegensätze anziehen, wann Chaos auftreten kann (und wie das zu interpretieren ist) und wann global stabile Lösungen existieren; wie z.B. ist ein Verzweigungspunkt der Liebe-Hass Kurve zu deuten?

Zur numerischen Lösung setzen wir die Software MAPLE ein.

Eine webpage existiert auch zum Beitrag:

http://www.math.tu-berlin.de/~ehrhadt/TDM/chaos_liebe.html



Das Bild zeigt ein Portrait von Laura und Petrarch, deren (dynamische) Liebesbeziehung zwischen einer verheirateten Frau und

einem Dichter aus dem 14. Jahrhundert die Vorlage für den Vortrag bildet.

Titel

Projective Geometry: Paradoxes, Polarities, Pictures (auf Englisch)

Vortragender

Charles Gunn (TU Berlin)

Altersstufe

ab 9. Klasse

Raum

051

15 : 00

Zusammenfassung

Although today the principles of perspective painting appear self-evident, it was only 600 years ago that the first such paintings appeared.

One characteristic feature of a perspective painting is that lines that are parallel in the real world, in the painting appear to meet in what are known as vanishing points.

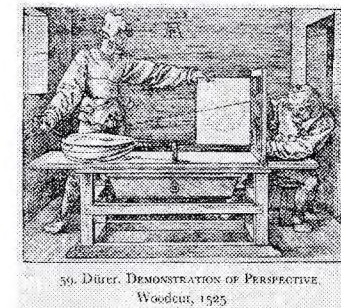
To solve the problem of vanishing points, projective geometry adds new points, called ideal points. Parallel lines meet in ideal points – even though parallel lines are defined as lines which never meet! With the added ideal points, lines become closed like circles – but remain completely straight!

Projective geometry established itself, despite paradoxes, partly due a deep symmetry known as duality (or polarity).

The axioms for projective geometry are symmetric with respect to certain terms (for example, in the plane, point and line) and relations (join and intersect). Every true theorem has a true $\text{\textit{partner}}$ theorem, in which these terms have been exchanged. Some examples will be considered.

In projective geometry you can no longer measure distance between points or angles between lines. But, with a little cleverness, you can choose not one but several ways to re-install distances and angles, so that at the end, you not only can find the familiar euclidean geometry inside of projective geometry but also the more modern hyperbolic and spherical geometries.

The lecture will close with a brief look at how this is done.



Titel

Wie konstruiert die Sonnenblume ihre Spiralmuster?
Mathematische Modellierung der Spiralmusterbildung im Pflanzenreich

Vortragender

Heino Hellwig (HU Berlin)

Altersstufe

ab 9. Klasse

Raum

006

13 : 00

Zusammenfassung

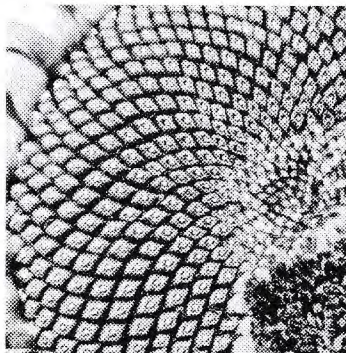
Zu den bekanntesten regelmäßigen Mustern im Pflanzenreich zählen die Spiralmuster, etwa bei der Sonnenblume oder der Ananas.

Besonders häufig werden Muster beobachtet, deren Anzahl links- bzw. rechtsdrehender Spiralen zwei aufeinander folgende Fibonacci-Zahlen 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ... sind.

Die Frage, wie die Pflanzen diese Muster ausbilden können, ist Forschungsgegenstand der Phyllotaxis, der Lehre von der Blattstellung. Dieses jahrhundertalte Forschungsgebiet steht aktuell im Interesse einer Vielzahl von interdisziplinären Arbeitsgruppen auf der ganzen Welt.

In diesem Vortrag werden zuerst die biologischen Grundtatsachen der Blattbildung eingeführt. Die mathematische Beschreibung der Blattstellungen erfolgt mit Polarkoordinaten. Die Theorie der Kettenbrüche erlaubt es, einen Zusammenhang zwischen den Fibonacci-Zahlen und dem Goldenen Schnitt herzuleiten.

Aktuelle Kausalmodelle und deren Computersimulationen werden vorgestellt, welche diese Muster generieren können.

**Titel**

Die berühmteste Zahl der Welt – faszinierend und mysteriös

Vortragender

Ingmar Lehmann (HU Berlin)

Altersstufe

ab 7. Klasse

Raum

006

15 : 00

Zusammenfassung

Was ist π ? Wie kam π zu seinem Namen? Wie kann man π berechnen?

π und Paradoxes.	3.14159265358979323846264338327950288419
π und eine Kurve konstanter Breite.	71693993751058209749445923078164062862
π und bizarre Flächen.	08998628034825342117067982148086513282
π und die Bibel.	30664709384460955058223172535940812848
π und das Alphabet.	11174502841027019385211055596446229489
π und die Kunst.	54930381964428810975665933446128475648
π und die Gesetzgebung.	23378678316527120190914564856692346034
π und mäandrierende Flüsse.	86104543266482133936072602491412737245
π und etwas unwahrscheinlich	87006606315588174881520920962829254091
Wahrscheinliches.	71536436789259036001133053054882046652
	13841469519415116094330572703657595919
	53092186117381932611793105118548074462
	37996274956735188575272489122793818301
	1949129833673362440656643086021394946395224737190702179860943702770539217176293
	1767523846748184676694051320005681271452635608277857713427577896091736371787214
	6844090122495343014654958537105079227968925892354201995611212902196086403441815
	9813629774771309960518707211349999998372978049951059731732816096318595024459455
	3469083026425223082533446850352619311881710100031378387528865875332083814206171
	7766914730359825349042875546873115956286388235378759375195778185778053217122680
	6613001927876611195909216420198938095257201065485863278865936153381827968230301
	9520353018529689957736225994138912497217752834791315155748572424541506959508295
	3311686172785588907509838175463746493931925506040092770167113900984882401285836
	1603563707660104710181942955596198946767837449448255379774726847104047534646208
	0466842590694912933136770289891521047521620569660240580381501935112533824300355
	8764024749647326391419927260426992279678235478163600934172164121992458631503028
	6182974555706749838505494588586926995690927210797509302955321165344987202755960
	2364806654991198818347977535663698074265425278625518184175746728909777727938000
	8164706001614524919217321721477235014144197356854816136115735255213347574184946
	84385233239073941433345477624168625189835694855620992192221842725502542568876 ...

Titel

Das Tautochronen-Problem, und was die Ableitung der Ordnung $1/2$ damit zu tun hat

Vortragender

Yury Luchko (TFH Berlin)

Altersstufe

ab 11. Klasse

Raum

049

15 : 00

Zusammenfassung

Beim Tautochronen-Problem geht es darum, eine Rutschbahn zwischen zwei auf einer Ebene liegenden Punkten A und B zu konstruieren, die die folgende Eigenschaft hat: Egal an welcher Stelle man einen ideal glatten Körper auf ihr aufsetzt, er soll nach einer festgelegten Zeit T am Tiefpunkt der Rutschbahn ankommen.

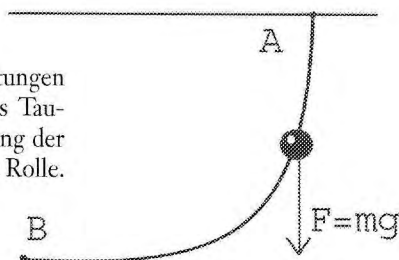
Dabei wird vorausgesetzt, dass die Bewegung ohne Reibung und nur unter dem Einfluss der Erdanziehungskraft erfolgt.

Bereits im Jahre 1673 entdeckte der niederländische Astronom, Mathematiker und Physiker Christiaan Huygens, dass Zykloidenbögen Lösungen des Tautochronen-Problems darstellen.

Den Beweis, dass außer Zykloidenbögen keine Tautochronen mehr existieren, lieferte der norwegische Mathematiker Niels Abel in einer Arbeit von 1823, in der er die nach ihm benannte Abelsche Integralgleichung aufstellte und dabei einige wichtige Aspekte des so genannten gebrochenen Kalküls (engl. Fractional Calculus) entwickelte.

Fractional Calculus beschäftigt sich mit der Theorie und den Anwendungen von Integralen und Ableitungen nicht ganzzahliger Ordnung. Für das Tautochronen-Problem spielt die Ableitung der Ordnung ein halb eine entscheidende Rolle.

Im Vortrag werden die Argumentation von Huygens und Abel auf eine etwas modernere Art dargestellt sowie einige andere bemerkenswerte Eigenschaften von Zykloiden angesprochen.

**Titel**

Der Satz des Pythagoras – Über „undenkbare“ Zahlen

Vortragender

Jose Mendez (TU Berlin)

Altersstufe

ab 9. Klasse

Raum

005

14 : 00

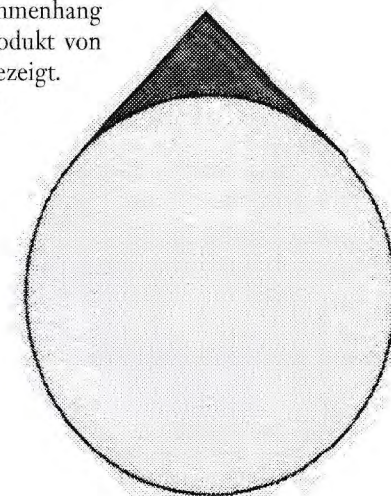
Zusammenfassung

Der Vortrag handelt von der nicht-geometrischen Bedeutung des Satzes im historischen Zusammenhang.

Nicht-geometrische äquivalente Aussagen werden vorgestellt, und der Zusammenhang mit der Aufgabe, eine Zahl als Produkt von zwei Zahlen darzustellen, wird aufgezeigt.

Diese Aufgabe kann nicht immer innerhalb eines Zahlenbereiches gelöst werden: Es gibt „undenkbare“ Zahlen.

Auf der Grundlage von Konstruktionen mit Zirkel und Lineal wird dann durch die geometrische Formulierung der Aussagen eine Visualisierung derselben vorgestellt.



Titel

Auf der Suche nach dem Optimum –
Wozu braucht man die Kurvendiskussion?

Vortragender

Christian Meyer (WIAS)

Altersstufe

ab 7. Klasse

Raum

046

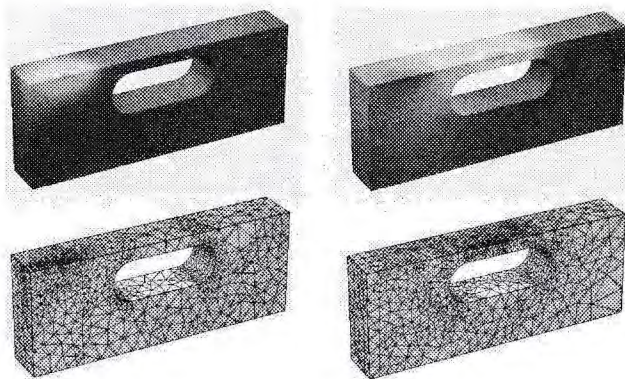
15 : 00

Zusammenfassung

Von der optimierten Krebstherapie bis hin zur Optimierung von Metallhärtungsprozessen: Die Optimalsteuerung kann in der Praxis vieles leisten.

Aber was genau ist das eigentlich? Und kann auch ein „Nicht-Mathematiker“ verstehen, worum es dabei geht?

Der Vortrag erklärt anhand zahlreicher Beispiele, was genau Optimalsteuerung ist und was sie mit der Kurvendiskussion gemeinsam hat oder eben auch nicht ...



Optimierung der Laserhärtung von Stahlbauteilen

Titel

Wie schnell ist schnell genug? Wir berechnen eine Primzahltafel

Vortragender

Martin Oellrich (TU Berlin)

Altersstufe

ab 7. Klasse

Raum

008

13 : 00

Zusammenfassung

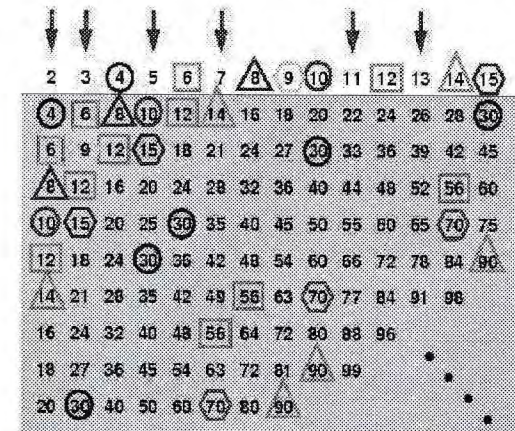
Primzahlen sind für Mathematiker faszinierend, weil sie zum einen überall vorkommen, wo ganze Zahlen im Spiel sind, zum anderen jedoch eine Reihe von Eigenschaften haben, die noch nicht vollständig verstanden sind.

Um Primzahlen zu studieren, braucht man zuerst möglichst viele von ihnen, eine Primzahltafel.

In diesem Vortrag geht es darum, wie schnell man eine Tabelle der Primzahlen bis zu einer vorgegebenen Zahl n berechnen kann. Schließlich möchte man auch bei großen n (eine Milliarde und höher) nicht unnötig lange darauf warten müssen.

Ausgehend von einer ganz einfachen Idee, die schon ein gewisser Eratosthenes im dritten vorchristlichen Jahrhundert hatte, entwickeln wir schrittweise ein Verfahren, das diese Aufgabe möglichst schnell löst. Auch bei klarem Rechenweg bietet der Rechengang selbst noch eine sportliche Herausforderung!

Es werden keine Vorkenntnisse über Primzahlen oder Computerprogrammierung vorausgesetzt.



Titel

Was ist „digital“ beim digitalen Fernsehen?

Vortragender

Gerd Reinhardt (WIAS)

Altersstufe

ab 7. Klasse

Raum

008

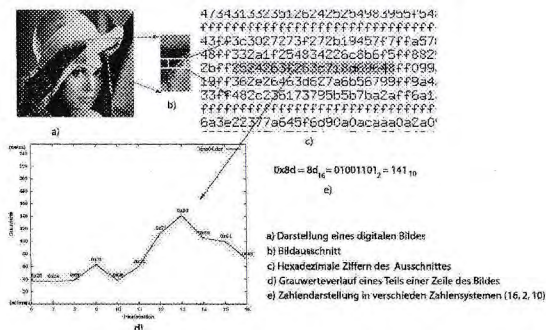
14:00

Zusammenfassung

Der Begriff „Digit“ kommt aus dem Englischen und bedeutet übersetzt „Ziffer“. Also könnte zum „digitalen Fernsehen“ auch „Zifferfernsehen“ gesagt werden (klingt aber nicht so gut).

Eine der ersten Fragen ist in diesen Zusammenhang: Wie können Bilder und Sprache/Musik in Ziffern (naheliegenderweise nur in Nullen und Einsen) dargestellt werden?

Mit einfachen Überschlagsrechnungen werden wir versuchen, die Anzahl von Nullen und Einsen zu bestimmen, die zur Darstellung eines digitalen Fernsehbildes benötigt werden. Wie viele derartige Bilder benötigen wir für ein kontinuierliches (wackelfreies) Fernsehbild? Können wir dann mit diesen Zahlen erklären, wieso von einem Fernsehsatelliten zu einer Satellitenantenne mehrere verschiedene Fernsehprogramme und zusätzlich verschiedene Radioprogramme auf einem Träger (Signal) übertragen werden?

**Titel**

Zuverlässige Herzschrittmacher und umweltfreundlichere Spielkonsolen – Wozu man Mathematik gebrauchen kann

Vortragender

Uli Sack (FU Berlin)

Altersstufe

ab 9. Klasse

Raum

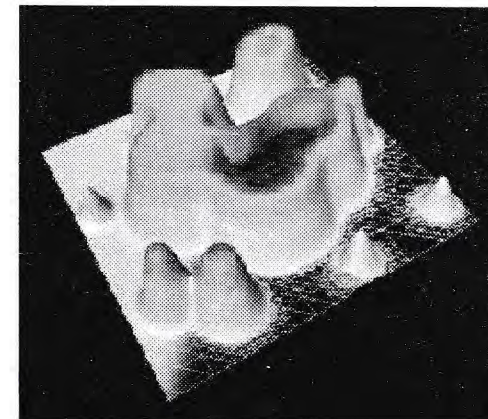
046

13:00

Zusammenfassung

Elektronikschrott ist giftig, und ein defekter Herzschrittmacher hat offensichtliche Nachteile. Wie diese beiden Probleme zusammenhängen und was Mathematiker zu ihrer Lösung beitragen, ist Thema dieses Vortrages.

Dabei werden wir uns mit der technischen Problemstellung und seiner Modellierung auseinandersetzen, um im Anschluss auf die numerische Lösung der Modellgleichungen einzugehen.



Titel

Operationsplanung mit finiten Elementen

Vortragender

Oliver Sander (FU Berlin)

Altersstufe

ab 9. Klasse

Raum

046

14:00

Zusammenfassung

Chirurgische Eingriffe am menschlichen Bewegungsapparat müssen sorgfältig geplant werden, um Folgeschäden zu vermeiden.

Moderne Computer eröffnen hier neue Horizonte. Operationen lassen sich komplett simulieren. So werden die Konsequenzen eines Eingriffs sichtbar, und der Operateur kann die optimale Vorgehensweise ermitteln.

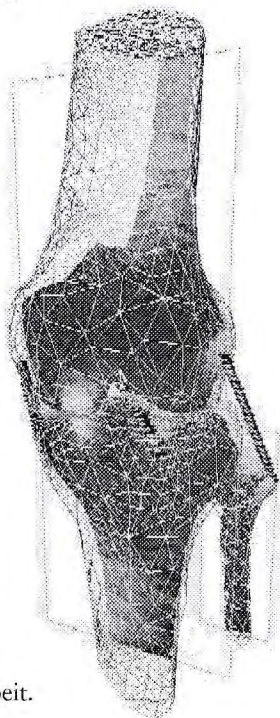
Auf dem Weg vom Patienten zur fertigen Simulation müssen viele Teilprobleme gelöst werden.

Als erstes muss z. B. ein geometrisches Modell des Patienten erstellt werden. Dazu werden Aufnahmen mit einem Computertomographen gemacht und diese dann aufwändig weiterverarbeitet.

Weiterhin muss man sich Gedanken über das geeignete mathematische Modell machen. Die Auswahl entscheidet hier über die Präzision der Lösung, aber auch, ob man überhaupt in der Lage sein wird, schnell eine Lösung zu finden.

Diese Lösungen müssen dann wieder grafisch aufbereitet werden, um von Chirurgen interpretiert werden zu können.

Der Vortrag erläutert einige dieser Punkte und beschreibt den Stand aktueller Forschungsarbeit.

**Titel**

Vom Möbiusband zur vierten Dimension

Vortragender

Mike Scherfner (TU Berlin)

Altersstufe

ab 9. Klasse

Raum

055

15:00

Zusammenfassung

Es gibt wundersame Gebilde in der Mathematik, die bemerkenswerte Eigenschaften haben. Wir stellen Ihnen einige vor und zeigen, wie man sie konstruiert.

Kleinsche Flaschen, Möbiusbänder, Gummigeometrie und die Geheimnisse der Dimension – Geometrie und Topologie halten viele Rätsel bereit, die in diesem Vortrag besprochen werden und den Weg zu einem besseren Verständnis einer der wichtigsten Grundlagen unseres modernen Weltbildes ebnen: der vierdimensionalen „gekrümmten“ Raum-Zeit.

Titel

Schon einmal in die Zukunft geschaut?

Vortragender

Florian Schmid (WIAS)

Altersstufe

ab 9. Klasse

Raum

055

13 : 00

Zusammenfassung

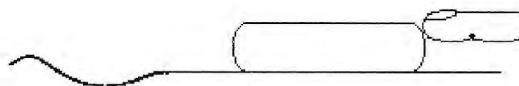
Träumt nicht jeder davon, nur einmal ein ganz kleines bisschen in die Zukunft zu blicken, zu wissen, was morgen ist?

Ganz viele Mathematiker widmen sich genau dieser Aufgabe. Und sie haben es geschafft! Naja, zumindest manchmal. Denn die Aufgabe ist ganz schön schwierig. Das Zauberwort heißt dabei für Mathematiker „Differentialgleichungen“.

Der Vortragende hat selbst jahrelang versucht vorherzusagen, was passiert, wenn man einen Radiergummi über den Tisch schiebt, und am Ende eine Doktorarbeit darüber verfasst.

O.k., andere sagen vorher, ob Flugzeuge fliegen. Aber die Grundideen dahinter sind die selben.

Von diese Ideen und davon, was ein Mathematiker den ganzen Tag macht, soll dieser Vortrag handeln.

**Titel**

Der schnellste Weg zum Ziel – Mathematik in Transport und Verkehr

Vortragender

Rüdiger Stephan (TU Berlin)

Altersstufe

ab 9. Klasse

Raum

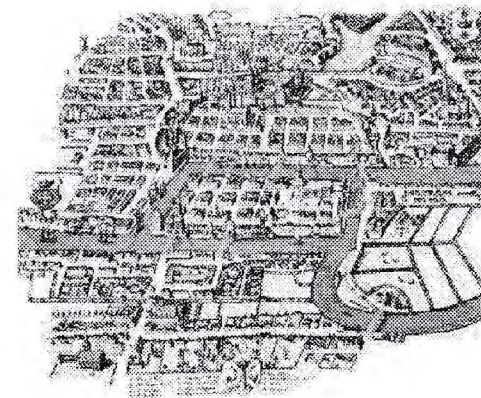
055

14 : 00

Zusammenfassung

Kann man einen Spaziergang über die sieben Brücken von Königsberg machen, ohne eine Brücke zweimal zu benutzen? Was ist die kürzeste Rundreise durch alle Städte Deutschlands? Was ist der schnellste Weg von Arth nach Küssnacht?

Diese Probleme, das Königsberger Brückenproblem, das Problem des Handlungsreisenden und das Kürzeste-Wege-Problem sind vermutlich die ältesten und berühmtesten Probleme der Berechnung von Wegen und zugleich die Prototypen unzähliger realer Wegeprobleme vom Straßennetz bis zum Internet.



In dem Vortrag stellen wir nicht nur Algorithmen zur Lösung solcher Probleme vor, sondern zeigen auch, was dies mit der faszinierenden Welt der Polyeder, also Vielecken im Raum, zu tun hat.

Titel

Einige Geheimnisse der Penroseparkettierungen

Vortragender

Elmar Vogt (FU Berlin)

Altersstufe

ab 11. Klasse

Raum

049

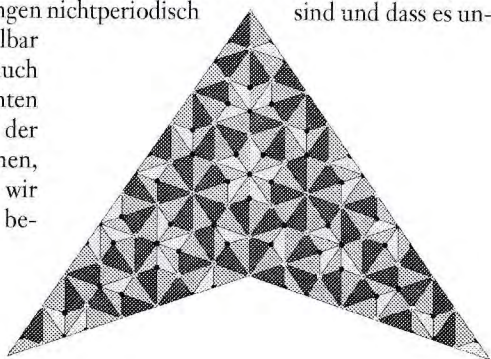
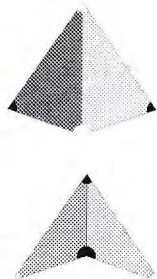
13 : 00

Zusammenfassung

Eine Penroseparkettierung ist eine Parkettierung der Ebene unter Verwendung nebenstehender Figuren (Fliesen). Sie werden dabei so aneinandergelegt, dass nur Eckpunkte der gleichen Farbe Schwarz oder Weiß aneinanders stoßen. Penroseparkettierungen sind interessant, weil jede von ihnen, und es gibt unendlich viele, nicht periodisch ist. Das bedeutet, dass bei keiner Verschiebung der Parkettierung die verschobene Parkettierung mit der ursprünglichen zur Deckung kommt. Lange Zeit wurde vermutet, dass es einen solchen Satz von Fliesen nicht geben kann, dass jeder Satz von Fliesen, mit dem man die Ebene irgendwie pflastern kann, auch eine periodische Pflasterung zulässt.

Im Vortrag werden wir sehen, dass sich mit den Penrosefliesen die Ebene pflastern lässt, dass diese Pflasterungen nichtperiodisch sind und dass es unendlich viele (sogar überabzählbar viele) gibt. Wir werden aber auch sehen, dass wir durch Betrachten eines endlich großen Teil der Ebene nicht entscheiden können, welche Penroseparkettierung wir betrachten, egal wie groß der betrachtete Teil ist.

Anschließend schreiten wir zur Tat und legen einige Parkettierungen.

**Titel**

Von flimmernden Herzen und zellulären Automaten

Vortragender

Martin Weiser (ZIB)

Altersstufe

ab 9. Klasse

Raum

008

15 : 00

Zusammenfassung

Wieso schlägt das Herz? Wir schauen uns die Herzmuskelzellen aus der Nähe an und entwickeln verschiedene mathematische Modelle zur Beschreibung der Vorgänge – von einfachen diskreten Modellen (zellulären Automaten) bis zu kontinuierlichen Modellen (partiellen Differentialgleichungen).

Und natürlich sehen wir uns an, welche Simulationen und Lösungen die Modelle jeweils hervorbringen.



Titel

3D-Wissenschaftskino

Vortragende

Anja Kuß, Michael Koppitz, Björn Meyer, Jan Reininghaus (ZIB)

Altersstufe

ab 7. Klasse

Raum

ZIB

13 : 00

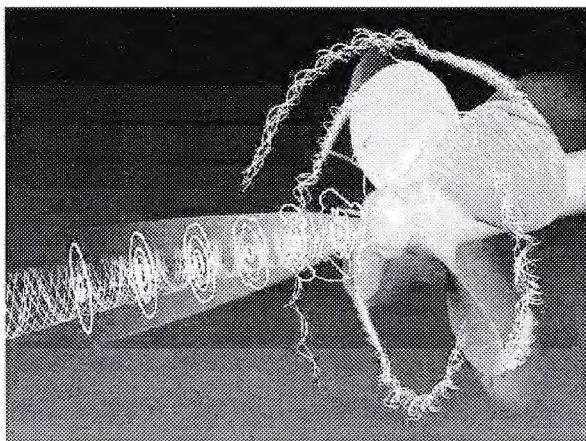
14 : 00

15 : 00

Zusammenfassung

Wie plant man eine Operation am Computer? Wie reduziert man den Kerosinverbrauch von Flugzeugen? Wie wird eine Parkanlage in 20 Jahren aussehen? Wie findet man neue medizinische Wirkstoffe?

Auf einer 3D-Leinwand machen wir Wissenschaft mit modernen, interaktiven Visualisierungsverfahren erlebbar. Sie erhalten nicht nur einen Einblick – Sie stehen mittendrin!



Diese Veranstaltung wird dreimal (mit den gleichen Filmen) wiederholt.

Titel

Ein Unendlichstel fehlt! – Lina und die Grenzen der Mathematik

Vortragender

Ehrhard Behrends (FU)

Altersstufe

ab 7. Klasse

Raum

008

16 : 00

Zusammenfassung

Vor sechs Jahren erreichte die Deutsche Mathematiker-Vereinigung die folgende e-mail:

Liebe MathematikerInnen,

ich bin in der 6. Klasse, und wir haben gerade periodische Dezimalbrüche durchgenommen. Wir haben gelernt: $1/9 = 0.111\dots$, $3/9 = 0.333\dots$ usw.

Was aber ist dann $0.999\dots$? Unsere Lehrerin hat gesagt, das wäre $9/9$. Das kann aber doch nicht sein. Das wäre doch 1, und $0.999\dots$ ist doch ein Unendlichstel kleiner als 1. Gibt es $0.999\dots$ überhaupt? Aber eine Zahl, die ich mir ausdenken kann, muss es doch geben. Wie kommt man an $0.999\dots$?

Ich würde mich über eine Antwort freuen.

Lina

Das war eine kluge Anfrage, die eine bekannte Schwierigkeit berührt. Mathematiker können aber eine befriedigende Antwort mit Hilfe des Grenzwertbegriffs geben.

Wir haben Lina gebeten, zum Tag der Mathematik nach Berlin zu kommen. Sie ist jetzt 18 und macht demnächst Abitur.

In dieser Veranstaltung soll ganz kurz über die Problematik rund um ihre Anfrage berichtet werden. Das ist vielleicht nicht nur für Lina interessant.

Diese Veranstaltung dauert maximal 15 Minuten.
Anschließend gehen wir gemeinsam zur Siegerehrung.

AUSSTELLUNG

Zum Tag der Mathematik wird in der Zeit von 13 bis 16 Uhr auch ein Teil der Ausstellung

MATHEMATIK FÜR ALLE SINNE

gezeigt werden (im Raum 053).

Es gibt Poster und einige Exponate. Unter anderem kann man erfahren, wie Mathematiker in die vierte Dimension vordringen. Außerdem kann die größte Primzahl der Welt besichtigt werden.

INFORMATIONEN ZUM STUDIUM

Die beteiligten Institute informieren zwischen 14 und 16 Uhr über die verschiedenen angebotenen mathematischen Studiengänge (Raum 053).

PARKETTIERUNGEN MIT HOLZPLÄTTCHEN

Mit farbigen Holzplättchen werden zwischen 14 und 16 Uhr nichtperiodische Parkettierungen aufgebaut und erläutert (im Innenhof).

ZUM LOGO: PARKETTIERUNGEN

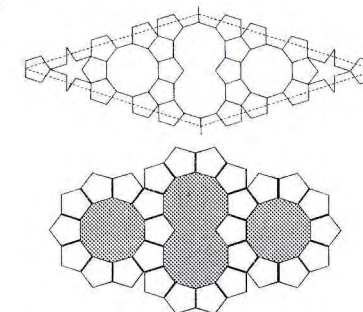
Das Logo des diesjährigen Berliner Tags der Mathematik zeigt zunächst einmal ein schön anzusehendes Fliesenmuster. Setzt man sich jedoch etwas näher mit der zugehörigen Mathematik und Geschichte auseinander, so eröffnen sich faszinierende Einsichten und Fragen.

Unser Fliesenmuster führt uns in eine recht düstere Zeit. Wir sind im Jahr 1619, der 30-jährige Krieg, in dessen Verlauf die von Gottes Gnaden Regierenden die Bevölkerung Mitteleuropas halbieren werden, ist in seinem zweiten Jahr, und die Mutter von Johannes Kepler, der unser Fliesenmuster geschaffen hat, muss sich seit vier Jahren wegen Hexerei vor Gericht verantworten. In diesem Jahr veröffentlicht Johannes Kepler die *Harmonices Mundi* (Weltharmonik),* eines seiner Hauptwerke, auf dessen Abfassung er sich neben den rechtlichen Auseinandersetzungen wegen des Hexenprozesses seit Erhebung der Anklage im wesentlichen konzentrierte. Bedenkt man Keplers Lebensumstände dieser Zeit, so wirkt der Titel *Harmonices Mundi* verwunderlich, aber Kepler geht es um allgemein gültige, vom irdischen Dasein losgelöste Harmonie.

Im zweiten Buch der *Harmonices Mundi* beschäftigt sich Kepler mit Zerlegungen der Ebene in möglichst regelmäßige Polygone (Vielecke). Dabei verlangt man stets, dass sich je zwei Polygone entweder gar nicht, in genau einer gemeinsamen Kante oder in genau einem Eckpunkt treffen.

Wenn man nur kongruente regelmäßige Polygone zulässt, so folgt aus der Betrachtung der auftretenden Winkel, dass das Polygon entweder ein gleichseitiges Dreieck, ein Quadrat oder ein regelmäßiges Sechseck ist, und wir erhalten die schon aus der frühen Menschengeschichte bekannten Fliesenmuster.

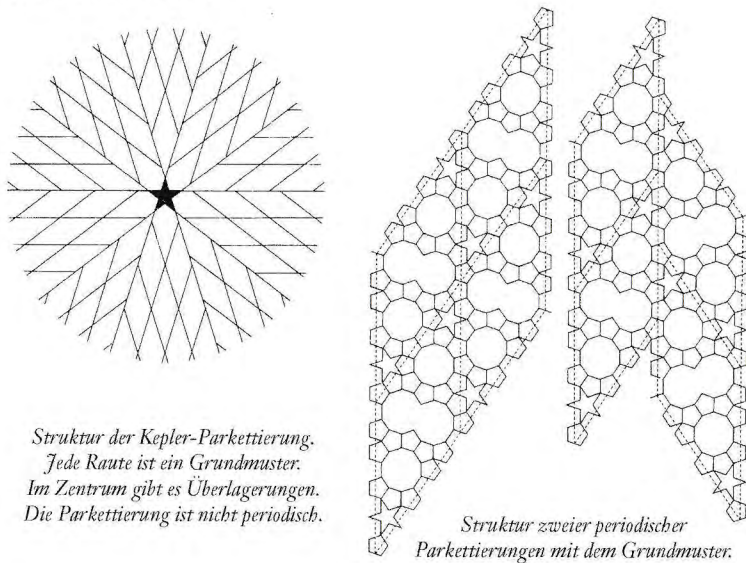
Das erste regelmäßige Polygon, mit dem allein man die Ebene nicht fliesen kann, ist das regelmäßige Fünfeck, eine oft mit Magie und Mystik verbundene Figur, und mit Pflasterungen, die das regelmäßige Fünfeck mit einbeziehen, beschäftigt sich Kepler intensiv und entdeckt dabei das Fliesenmuster unseres Logos.



Grundmuster und reduziertes Grundmuster der Kepler-Parkettierung (Titelblatt und S. 41). Bei der Parkettierung mit dem reduzierten Muster entstehen die Fünfsterne automatisch.

*) Siehe <http://imbase-scd-ulp.u-strasbg.fr/displayimage.php?album=27&pos=0>. Siehe auch Seite 41 – 42 dieses Programmheftes.

Er vermerkt explizit, dass sich das Muster auf die gesamte Ebene mit fünffacher Rotationssymmetrie fortsetzen lässt. Die Zeichnung unten links deutet an, wie diese Aussagen Keplers einzusehen sind. Sie hätten aufhorchen lassen müssen, spätestens zum Ende des 19. Jahrhunderts, als E. S. Fedorov und Arthur Schoenflies die ebenen und räumlichen Kristallstrukturen untersucht und vollständig beschrieben haben. Denn eine ihrer wichtigen Erkenntnisse war die sogenannte *kristallographische Beschränkung*. Diese besagt, dass als Rotationssymmetrie einer sich regelmäßig wiederholenden Pflasterung der Ebene nur Drehungen der Ordnung zwei, drei, vier und sechs vorkommen, die fünf also erneut die erste Ausnahme bildet.



Bevor wir uns mit diesen widersprüchlich aussehenden Resultaten auseinandersetzen, müssen wir einige Begriffe klären und einführen.

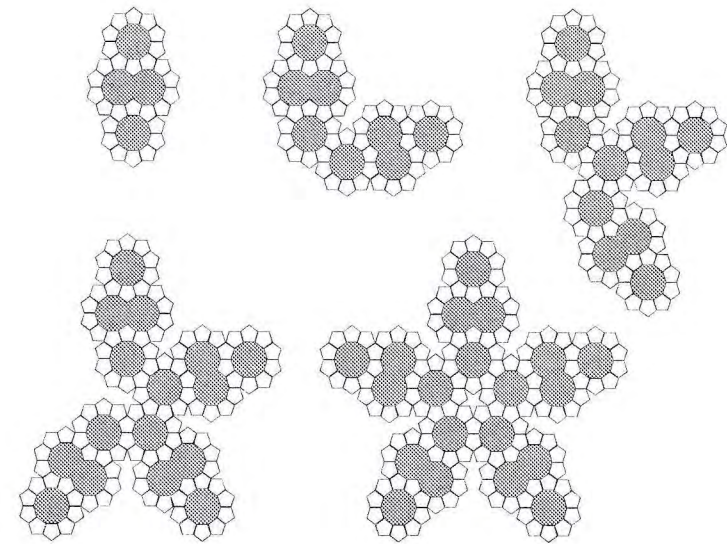
Unter einer Pflasterung verstehen wir folgendes. Wir geben uns eine endliche Menge von Polygonen vor, die wir als unsere Fliesenformen ansehen. Eine Pflasterung der Ebene mit diesen Fliesenformen ist eine Zerlegung der Ebene in Polygone, von denen jedes zu einer unserer Fliesenformen kongruent ist, wobei je zwei Polygone sich entweder gar nicht, in genau einer gemeinsamen Kante oder in genau einem Eckpunkt treffen. Die Polygone dieser Pflasterung nennen wir die Fliesen der Pflasterung.

Die von Kepler beschriebene Zerlegung ist demnach eine Pflasterung, mit vier verschiedenen Fliesenformen: einem regelmäßigen Fünfeck, dem regelmäßigen

Fünfstern, dem regelmäßigen Zehneck und einem Gebilde, das aus Verschmelzung von zwei regelmäßigen Zehneck entsteht, die sich in einer Raute überlappen. Letzteres Polygon nennt Kepler ein Ungetüm („monstrum“).

Eine sich regelmäßig wiederholende Pflasterung ist eine Pflasterung, die eine weitere Bedingung erfüllt. Hierzu ist es nützlich, sogenannte Gitter zu betrachten. Dies ist eine Parkettierung der Ebene mit einem Parallelogramm als einziger Fliesenform, so dass je zwei Fliesen durch Parallelverschiebung auseinander hervorgehen. Es ist klar, dass nach Festlegung einer einzigen Fliese in der Ebene, eine solche Pflasterung vollständig bestimmt ist. Die Fliesen eines Gitters nennen wir Maschen.

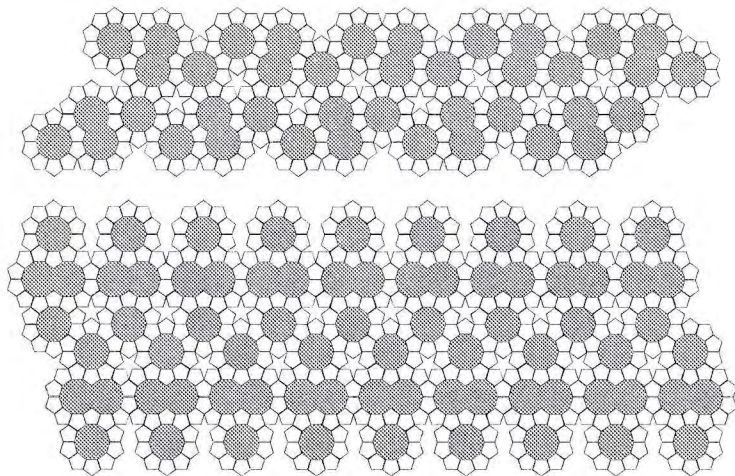
Wir nennen nun eine Pflasterung P *periodisch* oder eine *sich regelmäßig wiederholende* Pflasterung, wenn es ein Gitter G gibt, so dass das Muster, das die Pflasterung auf jeder Masche des Gitters induziert, für alle Maschen gleich ist. Das heißt, dass die Parallelverschiebung, die zwei Maschen zur Deckung bringt, auch die von der Pflasterung induzierten Muster zur Deckung bringt. Wir sagen dann, dass P bezüglich des Gitters G periodisch ist. Es ist klar, dass in diesem Fall P bezüglich jedes zu G parallelen Gitters periodisch ist.



Aufbau des inneren Sternes der Kepler-Parkettierung. Das Titelblatt des Programmheftes zeigt einen größeren Stern, der durch Anfügen von fünf weiteren reduzierten Grundmustern entsteht.

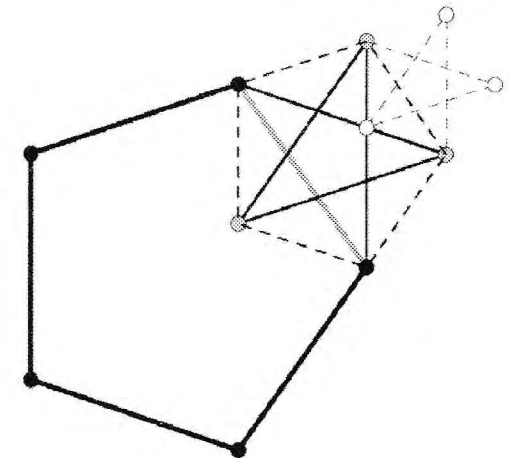
Die Pflasterungen durch kongruente gleichseitige Dreiecke oder durch Quadrate zeigen, dass es periodische Pflasterungen gibt, die Rotationssymmetrien der Ordnung drei und sechs, beziehungsweise zwei und vier besitzen. Dass andere Rotationssymmetrien nicht vorkommen können, zeigen wir beispielhaft am uns interessierenden Fall der fünffachen Rotationssymmetrie, also einer Drehung um 72 Grad.

Es sei nun eine bezüglich des Gitters G periodische Pflasterung gegeben. Die Eckpunkte des Gitters nennen wir Gitterpunkte. Jede Parallelverschiebung der Ebene, die einen Gitterpunkt in einen anderen überführt, überführt die Pflasterung in sich selbst. Betrachten wir deshalb alle Parallelverschiebungen, die die Pflasterung in sich selbst überführen. Jede Parallelverschiebung ist durch den Punkt, in die der Nullpunkt der Ebene überführt wird, eindeutig festgelegt. (Wir haben stillschweigend die Ebene mit Koordinaten versehen, so dass wir von einem Nullpunkt reden können und auch zwei Punkte der Ebene wie Vektoren addieren können.) Die Punkte der Ebene, die zu Parallelverschiebungen gehören, die die Parkettierung in sich überführen, haben die Eigenschaft, dass mit zweien von ihnen auch ihre Summe und Differenz dazugehören. Wir wollen alle diese Punkte wieder Gitterpunkte nennen. Abgesehen von der Identität bewegt eine Parallelverschiebung, die die Parkettierung in sich überführt, den Nullpunkt um eine Strecke, deren Länge mindestens so groß ist wie der kürzeste Abstand zweier Punkte einer unserer endlich vielen Fliesenformen. Deshalb gibt es eine positive reelle Zahl m , so dass je zwei Gitterpunkte mindestens den Abstand m voneinander haben.



Die beiden periodischen Parkettierungen mit dem reduzierten Grundmuster.

Da wir unseren Nullpunkt frei wählen konnten, können wir annehmen, dass der Fixpunkt der Drehung um 72 Grad, die die Parkettierung in sich überführt, der Nullpunkt ist. Betrachte nun folgende Operation. Es sei g ein Gitterpunkt. Wir drehen die Ebene zunächst um -72 Grad um den Nullpunkt, machen anschließend eine Parallelverschiebung um g und drehen dann die Ebene um 72 Grad. Dann erhalten wir eine Bewegung der Ebene, die die Parkettierung erhält, da jede einzelne Bewegung das tat. Weiterhin ist diese Bewegung eine Parallelverschiebung um den Punkt g' , der aus g durch Drehung um 72 Grad entsteht. Wir sehen also, dass jede Drehung um den Nullpunkt um ein Vielfaches von 72 Grad das Gitter in sich überführt. Für das Folgende betrachte die nebenstehende Zeichnung. Wir nehmen einen Gitterpunkt. Durch viermaliges Drehen um 72 Grad erhalten wir weitere Gitterpunkte, die zusammen ein regelmäßiges Fünfeck aufspannen. Betrachte eine Kante davon (grau in der Zeichnung). Wenn wir eine Kante dieses Fünfecks parallel verschieben, so dass ein Endpunkt der Kante in einen Gitterpunkt überführt wird, so ist der andere Endpunkt wieder ein Gitterpunkt. Diesen Prozess machen wir entsprechend der Zeichnung durch Parallelverschiebung der vier schwarzen Kanten. Wir erhalten dabei drei neue Gitterpunkte (grau eingefärbt), die zusammen mit den Endpunkten der grauen Kante ein neues kleineres reguläres Fünfeck aufspannen (gestrichelte Linien). Wie man leicht nachrechnet, ist das Verhältnis der Kantenlänge des ursprünglichen Fünfecks zu der des neuen das Verhältnis des Goldenen Schnitts, also gleich $(1+\sqrt{5})/2$. Dieses Verfahren lässt sich wiederholen, und wir erhalten, wenn wir das nur oft genug machen, Gitterpunkte, deren Abstand voneinander kleiner als m ist. Das kann aber nicht sein. Also kann eine periodische Parkettierung niemals unter einer Drehung um 72 Grad in sich überführt werden.



Da Keplers Parkettierung aber invariant unter einer solchen Drehung ist, kann sie nicht periodisch sein.

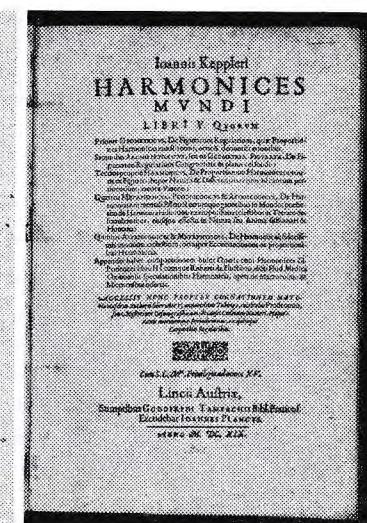
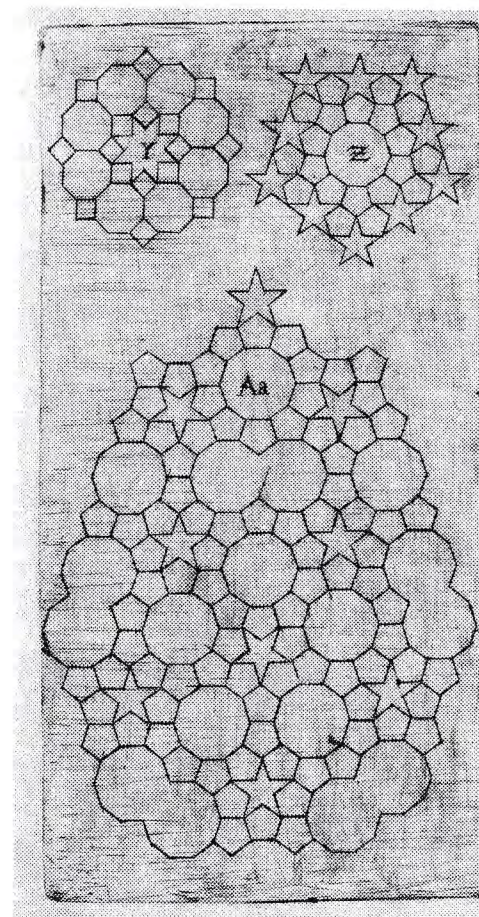
Das bringt uns zu einer Frage des 20. Jahrhunderts nach der Existenz von Fliesenformen, die Parkettierungen zulassen, aber nur nichtperiodische. Wir haben gesehen, dass die Keplerschen Fliesenformen neben nichtperiodischen auch periodische Pflasterungen zulassen. Eine Zeit lang glaubte man, dass jeder endliche Satz von Fliesenformen, der überhaupt eine Parkettierung zulässt, auch eine periodische Parkettierung erlaubt. Diese Vermutung stand in engem Zusammenhang mit der Frage, ob es einen Algorithmus gibt, der entscheidet, ob ein vorgegebener Satz von Fliesenformen eine Parkettierung erlaubt. Im Jahre 1966 konnte Robert Berger zeigen, dass ein solcher Algorithmus nicht existiert. In seinem Beweis gibt er einen Satz von über 20000 Fliesenformen an, die nur nichtperiodische Parkettierungen erlauben. In den darauffolgenden Jahren wurde die Anzahl der benötigten Fliesenformen fortlaufend verkleinert, bis in den Jahren 1973 und 1974 Roger Penrose mehrere Sätze mit zwei Formen vorstellte. Hierbei sollte man betonen, dass in all den eben erwähnten Fällen die einzelnen Formen mit Mustern versehen werden können, die beim Zusammenlegen der Fliesen zusammenpassen müssen. Auf diese Weise wird das Aneinanderlegen deutlich eingeschränkt. Man liest zuweilen, dass Penrose stark von Keplers Parkettierung inspiriert wurde. Damit schließt sich der Kreis zu Kepler.

Text: Elmar Vogt
Graphiken: Oliver Deiser und Elmar Vogt

Übrigens gibt es am Tag der Mathematik zwei Veranstaltungen zum Thema Parkettierungen:

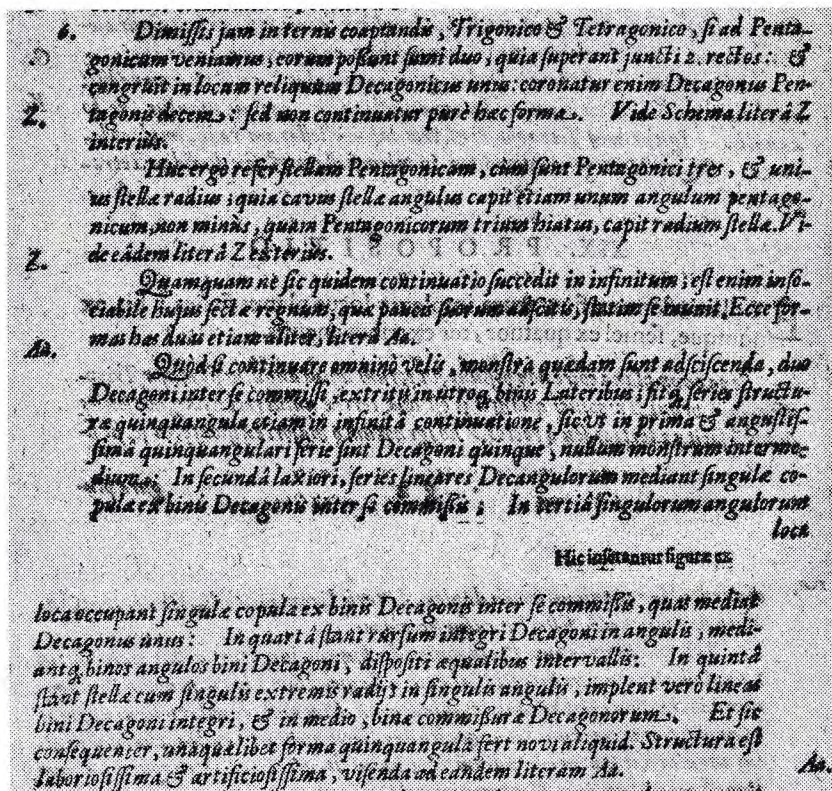
Vortrag von Elmar Vogt (14 Uhr).

Live-Parkettierung (mit Holzplättchen), ab 15 Uhr.



Keplers Parkettierung erscheint zum ersten Mal in seinem Werk „*Harmonices Mundi*“ (Weltharmonik) von 1619. Die Parkettierung ist mit „Aa“ gekennzeichnet. Rechts ist Keplers lateinische Beschreibung seiner Figuren wiedergegeben und unten die deutsche Übersetzung von Max Caspar aus dem Jahre 1939.

„Lässt man nun beim Zusammenfügen dreier Ecken das Dreieck und Viereck beiseite und geht zum Fünfeck über, so ist zu sagen, dass von diesem 2 genommen werden können, da die Winkel zusammen 2 Rechte überschreiten. In den übrigbleibenden Raum passt der Zehneckswinkel hinein. So wird das Zehneck durch 10 Fünfecke gekrönt. Allein diese Form lässt sich nicht rein fortsetzen. Siehe den Innenteil von Figur Z. Hier ist einzureihen der fünfzackige Stern, da 3 Fünfecke und eine Sternzacke eine Kongruenz bilden. Denn in den Winkel zwischen zwei Sternzacken passt gerade eine Ecke des Fünfecks hinein und die Lücke, die 3 Fünfeckswinkel übriglassen, fasst gerade eine Sternzacke. Man vergleiche den äußeren Teil der Figur Z. Jedoch gelingt auf diese Weise eine Fortsetzung ins Unendliche nicht. Das Reich dieser Sekte ist ungesellig; sie zieht eine kleine Anzahl der Ihrigen



zusammen und verschanzt sich dann sofort. Eine andere Verbindung dieser beiden Formen zeigt die Figur Aa. Will man diese überallhin fortsetzen, so muss man gewisse Ungewissheiten heranziehen, nämlich die Verbindung zweier Zehnecke, von denen je zwei Seiten weggenommen sind. Bei der unendlichen Fortsetzung behält das Gefüge seine fünfeckige Gliederung. Auf dem ersten, innersten Fünfecks Kranz sitzen fünf Zehnecke, ohne Ungewissheit dazwischen. Auf dem zweiten weiteren Kranz sitzt auf jeder Fünfeckseite allemal zwischen zwei Zehnecken ein Paar gekoppelter Zehnecke. Auf dem dritten Kranz sitzen in den Ecken Paare gekoppelter Zehnecke, und zwischen zwei solchen Paaren liegt je ein einfaches Zehneck. Auf dem vierten Kranz sitzen in den Ecken wieder einfache Zehnecke, und zwischen je zwei dieser Zehnecke sitzen auf den Seiten je zwei Zehnecke in gleichen Abständen voneinander. Auf dem fünften Kranz sitzen in den Ecken Sterne mit ihren äußersten Zacken; auf den Seiten sitzen je zwei einfache Zehnecke und zwischen diesen zwei Zehneckskoppeln. So trägt fortlaufend jede Fünfecksform etwas Neues an sich. Die Struktur ist höchst mühsam und kunstreich, wie aus Figur Aa zu ersehen ist.“

SPONSOREN UND ORGANISATOREN

Wir bedanken uns bei den folgenden Sponsoren der Veranstaltung:

KÖNIGLICH NORWEGISCHE BOTSCHAFT BERLIN

SIEMENS BERLIN

SPRINGER VERLAG HEIDELBERG

VIEWEG VERLAG BRAUNSCHWEIG

OLDENBOURG VERLAG MÜNCHEN

SPKTRUM AKADEMISCHER VERLAG HEIDELBERG

BIRKHÄUSER VERLAG BASEL

BLÜTENRAUSCH – AGENTUR FÜR FLORALES GESTALTEN

Organisiert wird die Veranstaltung von:

FREIE UNIVERSITÄT, HUMBOLDT UNIVERSITÄT,

TECHNISCHE UNIVERSITÄT, TECHNISCHE FACHHOCHSCHULE,

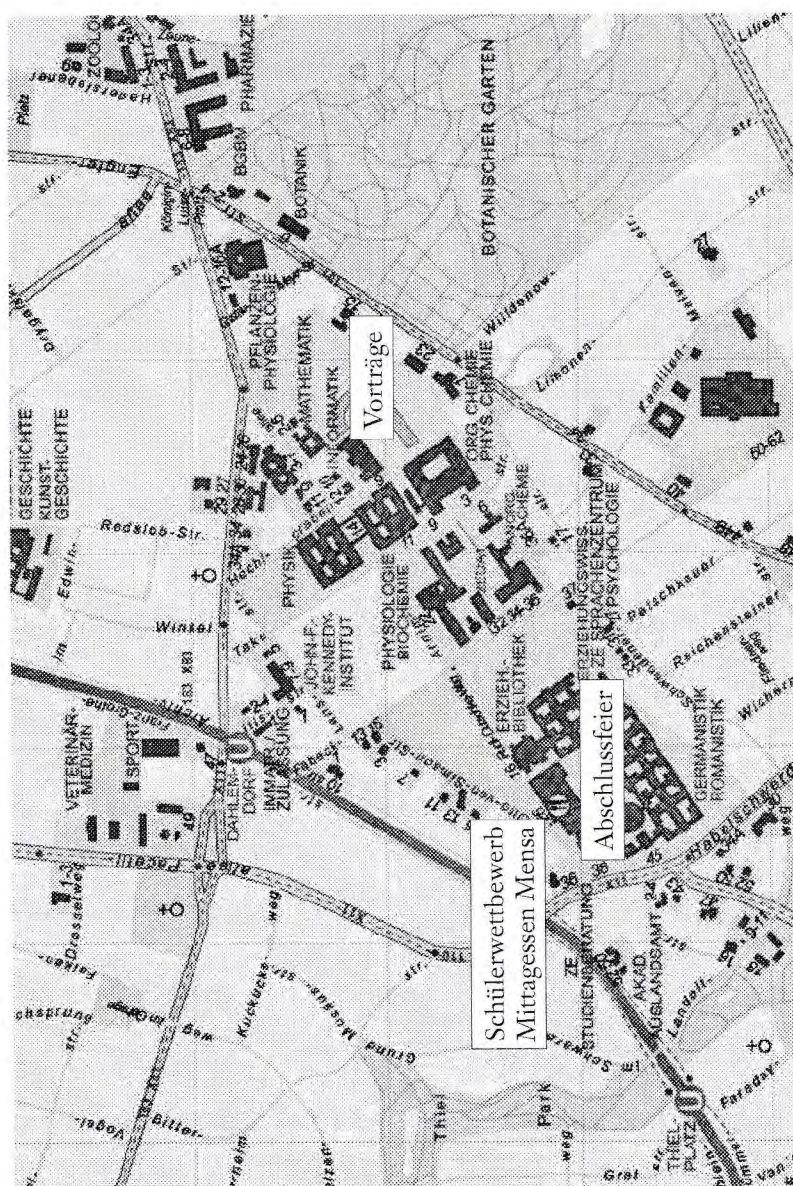
WEIERSTRASS-INSTITUT, KONRAD-ZUSE-ZENTRUM.

Unterstützende Schulen:

BERTHA-VON-SUTTNER-OBERSCHULE

Organisationsteam der FU Berlin:

EHRHARD BEHREND, OLIVER DEISER, STEFFEN FRÖHLICH, ELMAR VOGT, DIRK WERNER.



FU Mensa: Rudi-Dutschke-Weg 26; Vorträge: Takustraße 9, Informatik-Gebäude (Zugang von der Arnimallee). Die Abschlussfeier findet in der „Silberlaube“ (hinter der FU Mensa) statt.

Das Jahr der Mathematik 2008



H. Wußing

6000 Jahre Mathematik

Eine kulturgeschichtliche Zeitreise

Springer

NEU

6000 Jahre Mathematik

Eine kulturgeschichtliche Zeitreise
Von den Anfängen bis Euler

H. Wußing, Leipzig

Die Ursprünge mathematischen Denkens, d.h. die Bildung abstrakter Begriffe und die Herstellung von Beziehungen zwischen ihnen, liegen nach heutigem Wissen in den Hochkulturen Mesopotamiens im 4. Jahrtausend v. Chr. Hier beginnt der Autor seine Zeitreise durch die Mathematik und verfolgt ihre Geschichte bis ins ausgehende 20. Jahrhundert. Mathematische Ideen, Methoden und Ergebnisse sowie die sie tragenden Menschen werden ebenso prägnant und lebendig geschildert, wie die Kulturen und das Umfeld, in denen Mathematik entstand und sich in Wechselwirkung mit der Gesellschaft entwickelte. Ein spannendes Lesevergnügen für Mathematiker und alle an Mathematik und seiner Geschichte als Teil unserer Kultur Interessierten!

► Der erste Band umfasst die Zeit von den Ursprüngen bis zur Zeit der wissenschaftlichen Revolution des 17. Jahrhunderts.

2008. Etwa 580 S. Geb.

ISBN 978-3-540-77189-0 ► € (D) 29,95 | € (A) 30,80 | *sFr 49,00



H. Wußing

6000 Jahre Mathematik

Eine kulturgeschichtliche Zeitreise

Springer

In Vorbereitung, Band 2

6000 Jahre Mathematik

Eine kulturgeschichtliche Zeitreise
Von Euler bis heute

H. Wußing, Leipzig

2009. Etwa 600 S. Geb.

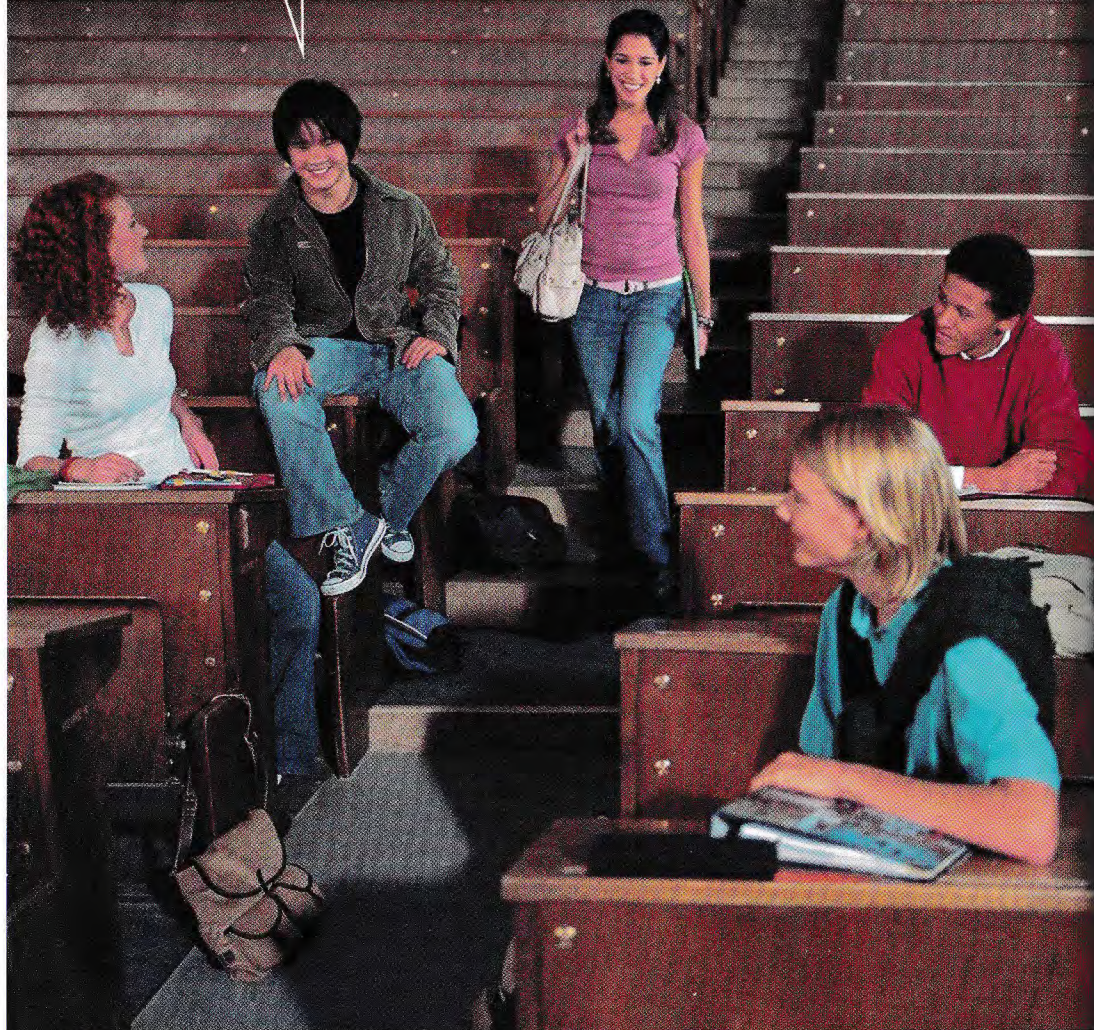
ISBN 978-3-540-77313-9 ► € (D) 29,95 | € (A) 30,80 | *sFr 49,00

Bei Fragen oder Bestellung wenden Sie sich bitte an ► Springer Distribution Center GmbH, Haberstr. 7, 69126 Heidelberg

► Telefon: +49 (0) 6221-345-4301 ► Fax: +49 (0) 6221-345-4229 ► Email: SDC-bookorder@springer.com ► € (D) sind gebundene Ladenpreise in Deutschland und enthalten 7% MwSt; € (A) sind gebundene Ladenpreise in Österreich und enthalten 10% MwSt. Die mit * gekennzeichneten Preise für Bücher und die mit ** gekennzeichneten Preise für elektronische Produkte sind unverbindliche Preisempfehlungen und enthalten die landesübliche MwSt. ► Preisänderungen und Irrtümer vorbehalten. ► Springer-Verlag GmbH, Handelsregistersitz: Berlin-Charlottenburg, HR B 91022. Geschäftsführer: Haank, Mos, Hendriks

013487x

Wer macht uns fit
für die Zukunft?



Siemens Generation21: Wenn wir an die Zukunft denken, denken wir an sie.

Mit unserem Bildungsprogramm fördern wir die naturwissenschaftliche und technische Ausbildung junger Menschen. Ihnen heute Wissen zu vermitteln heißt, sie fit für ihren beruflichen Weg zu machen. Denn ihre Zukunft ist unsere Zukunft.
www.siemens.de/generation21

Antworten.

SIEMENS