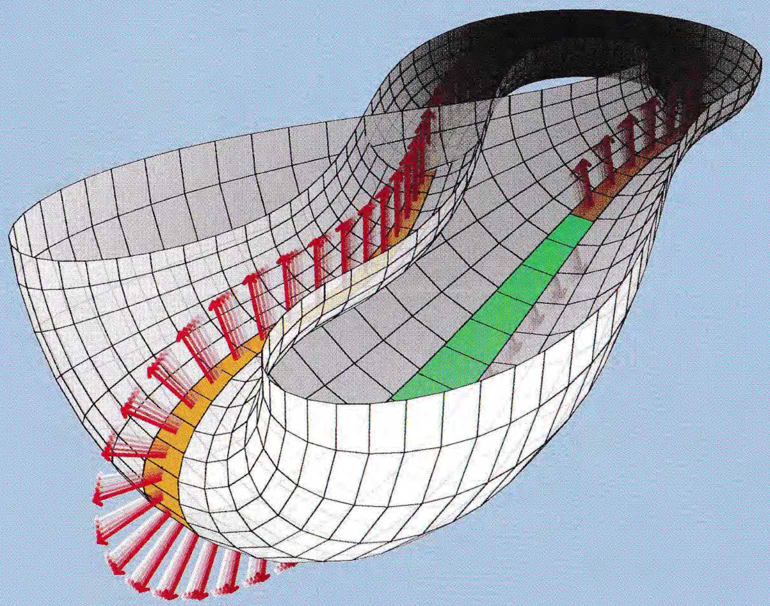
05.05.2012

17. BERLINER TAG DER MATHEMATIK

Freie Universität Berlin

DAS PROGRAMM



2012
Tag der Mathematik

Mathe-Spiel, -Spaß und -Knobeleien

Stephanie Schiemann [schiemann@math.fu-berlin.de]
Deutsche Mathematiker-Vereinigung,
Netzwerkbüro Schule-Hochschule an der Freien Universität Berlin

Erleben Sie die Mathematik von ihrer spielerischen Seite – am Stand der Deutschen Mathematiker-Vereinigung. Legen Sie geometrische Muster mit Hilfe des Spiegel-Tangrams, testen Sie sich beim Zusammmenbau des Soma-Würfels oder finden Sie den Weg durch unsere anspruchsvollen Labyrinthe in 2D.
Wir zeigen Ihnen, dass Mathe Spaß machen kann und informieren Sie über die Aktivitäten des „Netzwerkbüros Schule-Hochschule" der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV): den DMV-Abiturpreis, die Mathe-Adventskalender und vieles mehr.
Das DMV-Netzwerkbüro befindet sich am Institut für Mathematik der Freien Universität Berlin und ist Anlaufstelle für Mathematiklehrerinnen und -lehrer. Sie können über das Netzwerkbüro Kontakt zu Universitäten, Hochschulen und Forschungsinstituten bekommen. Ein ganz besonderes Angebot an die Schulen ist, im Namen der DMV den „Abiturpreis Mathematik" zu vergeben. Mit diesem Preis zeichnet die DMV über die Schulen jedes Schuljahr besondere Leistungen von Mathematik-Abiturientinnen und -Abiturienten aus: Für ihre exzellente Leistung im Abiturfach Mathematik erhalten die Preisträger eine Urkunde, den Buchpreis „Pi und Co. – Kaleidoskop der Mathematik", gestiftet vom Springer-Verlag, sowie eine einjährige beitragsfreie DMV-Mitgliedschaft.

Grußwort

Liebe Lehrerinnen und Lehrer,
liebe Schülerinnen und Schüler,
liebe Eltern,

ich freue mich sehr, wenn wir Sie am 5. Mai zum 17. Berliner Tag der Mathematik wieder an der Freien Universität begrüßen dürfen! Der Berliner Tag der Mathematik wird von den Mathematik-Instituten der Berliner Universitäten gemeinsam mit der Beuth-Hochschule, dem Zuse-Institut, dem Weierstraß-Institut sowie dem Bertha-von-Suttner-Gymnasium veranstaltet und kann inzwischen auf eine langjährige Tradition zurückblicken.
Mehr als eintausend Schülerinnen und Schüler aus Berlin und Brandenburg werden voraussichtlich auch in diesem Jahr an unserem beliebten Mathematikwettbewerb teilnehmen. Dies führt eindrucksvoll vor Augen, dass die Mathematik – manchen Unkenrufen zum Trotz – ein beliebtes Schulfach ist. Weshalb sonst kommen so viele junge Menschen an einem Sonnabend freiwillig und mit großer Freude zusammen, um sich in einer mehrstündigen Mathematik-Klausur miteinander zu messen.
An unserem Institut für Mathematik lehren und forschen rund 30 Professorinnen und Professoren auf allen relevanten Teilgebieten ihres Faches – von der Analysis bis zur Wahrscheinlichkeitstheorie. Die Mathematikerinnen und Mathematiker der Freien Universität sind am Berliner MATHEON – dem DFG-Forschungszentrum für Angewandte Mathematik – ebenso beteiligt wie an der Berlin Mathematical School, unserer in der Exzellenzinitiative ausgezeichneten Berliner Graduiertenschule für Mathematik.
Die Lehreraus- und weiterbildung in den MINT-Fächern, insbesondere in der Mathematik, hat an der Freien Universität Berlin einen hohen Stellenwert. Alle Lehramtsstudierenden – von der Grundschulausbildung bis zur Sekundarstufe II – werden zentral vom Zentrum für Lehrerbildung betreut. Auch Schülerinnen und Schüler der Oberstufe, die sich bereits frühzeitig für ein Lehramtsstudium interessieren, können sich hier informieren.
Zusätzlich bietet die Freie Universität seit dem Wintersemester 2011/12 das Studienfach „Integrierte Naturwissenschaften" an. Das Studium qualifiziert angehende Lehrerinnen und Lehrer dafür, ihren naturwissenschaftlichen Unterricht im Bereich der Grundschu-

le und Sekundarstufe I pädagogisch, fachlich und fachdidaktisch kompetent begründen, entwerfen und gestalten zu können. In Kooperation mit dem Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (LISUM) bietet die Freie Universität weiterhin regelmäßige Weiterbildungen für Lehrerinnen und Lehrer aller Schultypen an. Auch am neuen Deutschen Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM) ist die Freie Universität wesentlich beteiligt.
Ich wünsche allen Teams, den Schülerinnen und Schülern, viel Erfolg für einen spannenden Mathematik-Wettbewerb – und den Lehrerinnen und Lehrern bereichernde neue Erkenntnisse im Vortragsprogramm! Auch möchte ich die Gelegenheit nutzen, auf die klügste Nacht des Jahres aufmerksam zu machen und Sie zur Langen Nacht der Wissenschaften am 2. Juni 2012 herzlich an die Freie Universität Berlin einzuladen. Ich freue mich auf Sie!

Mit freundlichen Grüßen

Univ.-Prof. Dr. Peter-André Alt
Präsident der Freien Universität Berlin

Sonderpreis: Unter den Wettbewerbsteilnehmern verlosen wir gläserne Kleinsche Flaschen. (Siehe Seite 50)

Inhalt

Veranstalter

Beuth Hochschule für Technik Berlin, FB II
Freie Universität Berlin, Fachbereich Mathematik und Informatik
Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik
Technische Universität Berlin, Institut für Mathematik
Weierstraß-Institut für Angewandte Analysis und Stochastik
Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin
Bertha-von-Suttner-Gymnasium

Veranstaltungsort

Freie Universität Berlin
Mensa II und Foyer
Otto-von-Simson-Straße 26
14195 Berlin-Dahlem

Verkehrsverbindungen

U3: Thielplatz

	Vorträge für Lehrerinnen und Lehrer		Wettbewerb
09:00	Sechs Ecken und ein Kreis: Ein Beispiel für ein Aufgabennetz (Swetlana Nordheimer) Raum L115 → S. 10	Schätze finden mit Mathematik (Hubert Dammer) Raum L116 → S. 11	**9.00–12.00**: Wettbewerb für angemeldete Teams (Das Einweisen der Wettbewerbsteilnehmer und das Einsammeln des Geldes fürs Mittagessen erfolgen bereits um 8:30 Uhr) Mensa II → S. 6
10:00	Optimierung im Alltag oder: Warum Postboten keine T-Kreuzungen mögen (Hartwig Bosse) Raum L115 → S. 12	Algebra für Anfänger: Die Zopfgruppe (Martin Oellrich) Raum L116 → S. 13	
11:00	Trügerische Landkarten – oder: Warum kann man eine Orangenschale nicht bügeln? (Stefan Born) Raum L115 → S. 14		
12:00	Mittagessen (2,50 Euro pro Person, bitte Teilnahme bei der Online-Anmeldung angeben)		

	Vorträge für alle			
	ab Klassenstufe 7	ab Klassenstufe 9	ab Klassenstufe 11	Ausstellung
13:00	Pflastersteine und Mathematik (Dirk Frettlöh) Raum KL32/123 → S. 15	Geldwechseln – ein verzwicktes kombinatorisches Problem (Reinhard Meister) Raum L113 → S. 20	Wie man viel von einer Pizza abbekommt (Kolja Knauer) Raum HS 1b → S. 26	
	Gewinnt die Eins immer den Wettbewerb der führenden Ziffern? (Elke Warmuth) Raum L116 → S. 21	Dualität in der elementaren Geometrie (Holger Stephan) Raum L115 → S. 27		

14:00	Geometrische Betrachtung zum Satz des Ptolemäus (Adrian Lehmann und Joram Wittke) Raum L116 → S. 16	Das Gefangenendilemma – oder: Warum nett sein allein nicht ausreicht (Hartwig Bosse) Raum HS 1b → S. 22	Schätze finden mit Mathematik (Hubert Dammer) Raum KL32/123 → S. 28	Ausstellung im Foyer → S. 34 ff.
	Mathematik angewandt – mehr Zeit für sich (Steffen Przybylowicz) Raum L115 → S. 17		Mit Mathematik Alzheimer und andere Krankheiten verstehen (Konstantin Fackeldey) Raum L113 → S. 29	
			Wie man mit Mathematik Zeitmaschinen baut (Mike Scherfner) Raum HS 2 → S. 30	
15:00	Ein neuer Wirkstoff wird geboren (Marcus Weber) Raum L115 → S. 18	Wie schnell kühlt mein Kaffee ab – oder: Mathematische Modellierung beim Frühstück (Yury Luchko) Raum L116 → S. 23	Wie komprimiert man ein digitales Bild? (Gitta Kutyniok) Raum HS 1b → S. 31	
		Computer machen keine Fehler – oder doch? (Christian Mehl) Raum HS 2 → S. 24	Zeit ist Geld: Optimale Bewegung von Industrierobotern (Chantal Landry) Raum KL32/123 → S. 32	
		Operationsplanung mit Finiten Elementen (Oliver Sander) Raum L113 → S. 25		
16:00	Hauptvortrag: Mathematische Experimente (Albrecht Beutelspacher), Raum HS 1a → S. 19 Anschließend Preisverleihung und Vergabe der Sonderpreise			

Wettbewerb

Im Zentrum des 17. Berliner „Tag der Mathematik“ steht wieder der Team-Wettbewerb für Schülerinnen und Schüler. Er findet am 5. Mai von 9:00–12:00 Uhr in der Mensa II der FU Berlin statt und wird für drei Altersstufen angeboten:

Stufe I:	Klassen 7 und 8
Stufe II:	Klassen 9 und 10
Stufe III:	Klassen 11 bis 12/13

Das Einweisen der Wettbewerbsteilnehmer und das Einsammeln des Geldes fürs Mittagessen erfolgen bereits um 8.30 Uhr. Die Teilnahme am Mittagessen ist freiwillig. Sie wird gegebenenfalls bei der Online-Anmeldung angegeben und kostet 2,50 Euro pro Person. Die Mitglieder eines Teams müssen dieselbe Schule besuchen, aus mindestens drei und maximal fünf Schülerinnen und Schülern bestehen und den oben genannten Stufen angehören. Jedes Team löst vier Aufgaben. Dabei handelt es sich nicht um reine Rechenaufgaben. Es kommt eher auf das Erkennen von Zusammenhängen und die Entwicklung einer Lösungsstrategie an. Zur Vorbereitung sind Aufgaben (und Lösungen) von früheren Tagen der Mathematik im Internet zugänglich:

http://tdm.math.fu-berlin.de/data/archive.html

Die Anmeldung ist bis einschließlich 27. April 2012 möglich auf:

http://tdm.math.fu-berlin.de

Bei der Anmeldung muss ein Teammitglied oder ein(e) Lehrer/in als Ansprechperson mit einer E-Mail-Adresse angegeben werden.

Attraktive Preise. Die Königlich Norwegische Botschaft Berlin spendet den Hauptpreis: Das Siegerteam der Klassenstufe 11–12/13 wird zur Verleihung des Abel-Preises nach Oslo eingeladen (siehe Seite 8). Ausserdem gibt es attraktive Sachpreise zu gewinnen. Unter allen Wettbewerbsteilnehmer(inn)en, die bei der Preisverleihung persönlich anwesend sind, verlosen wir außerdem gläserne Kleinsche Flaschen. Zusätzlich prämieren wir die Siegerinnnen und Sieger der Online-Mathe-Knobelei auf campus.leben.

Die Hauptpreise des 17. Berliner „Tag der Mathematik“

Klassen	1. Preis	2. Preis	3. Preis
11–12/13	Reise nach Oslo zur Verleihung des Abel-Preises 2012, Königlich Norwegische Botschaft Berlin	300 Euro, WIAS	200 Euro, WIAS
9–10	500 Euro, molConcept	300 Euro, Bertha-von-Suttner-Gymnasium	200 Euro, Königlich Norwegische Botschaft Berlin
7–9	500 Euro, Rotary Club Köpenick	300 Euro, Rotary Club Köpenick	200 Euro, Rotary Club Köpenick

Preisverleihung. Die feierliche Preisverleihung beginnt im Anschluss an den Hauptvortrag. Dieser beginnt um 16 Uhr. Es werden die Ergebnisse des Wettbewerbes bekannt gegeben und die jeweiligen Preise überreicht.
Für die musikalische Umrahmung sorgt die Big Band des Bertha-von-Suttner-Gymnasiums.

Team-Wettbewerb 2011 (Foto: Fabian Beyer)

ABEL
PRISEN

Niels Henrik Abel und der Abel-Preis

Wir freuen uns sehr, dass die Königlich Norwegische Botschaft nun schon zum zehnten Mal den Hauptpreis des Wettbewerbs stiftet: Sie lädt die Siegerinnen und Sieger der Klassenstufe 11–12/13 zur Zeremonie anlässlich der Verleihung des Abel-Preises nach Oslo ein.

Der Abel-Preis für Mathematik. Zum 200. Geburtstag von Niels Henrik Abel hat die Norwegische Regierung eine Stiftung eingerichtet, deren Erlöse für den „Abel-Preis für Mathematik" bestimmt sind. Der Abel-Preis ist mit dem Nobelpreis vergleichbar, den es für die Mathematik ja nicht gibt.

Der Abel-Preis wurde erstmals im Jahr 2003 vergeben und ist mit 6 Millionen Norwegischen Kronen – ca. 710 000 Euro – dotiert. 2011 wurde der Abel-Preis an John Milnor, Institute for Mathematical Sciences, Stony Brook University, New York, für seine „bahnbrechenden Entdeckungen in der Topologie, Geometrie und Algebra" verliehen.

Eine kurze Biographie. Niels Henrik Abel war wohl der bedeutendste norwegische Mathematiker. Er wurde am 5. August 1802 auf der Insel Finnøy in der Nähe von Stavanger als Sohn eines Pfarrers geboren und starb am 6. April 1829 in Froland an einer Tuberkulose. In den ersten Schuljahren trat seine mathematische Begabung nicht sonderlich hervor; das änderte sich im Alter von etwa 16 Jahren, als er an eine Schule in Oslo wechselte. Sein Lehrer, Bernt Holmboe, erkannte Abels außergewöhnliche Fähigkeiten und förderte ihn. Ab 1821 studierte Abel an der Universität von Oslo und legte dort schon 1822 ein Examen ab. Seine ersten Arbeiten beschäftigten sich mit Integralgleichungen und dem berühmten Problem der Lösung von algebraischen Gleichungen: Für algebraische Gleichungen 2. Grades kann man mit Hilfe von Wurzeln die Lösungen direkt angeben („p-q-Formel"); auch für Gleichungen 3. und 4. Grades sind (kompliziertere) Formeln bekannt. Abel bewies, dass dies allgemein für Gleichungen 5. und höheren Grades nicht mehr möglich ist.

Im Winter 1825–1826 war Abel mit norwegischen Freunden in Berlin, wo er den Mathematiker August Leopold Crelle traf. Crelle wurde Abels enger Freund und unterstützte ihn in vielerlei Hinsicht. Im

John Milnor (dritter von rechts) auf dem Weg zur Verleihung des Abel-Preises 2011 (Foto: ScanPix/The Abel Prize/The Norwegian Academy of Science and Letters)

ersten Band des Journals für die reine und angewandte Mathematik – später auch kurz „Crelles Journal" genannt – erschienen allein sieben Artikel von Niels Henrik Abel.

Abel beschäftigte sich weiter mit Integralgleichungen (Abelsches Theorem), mit der Konvergenz von Reihen und Potenzreihen (Abelsches Kriterium, Abelscher Grenzwertsatz); viele seiner Ergebnisse waren richtungsweisend für die Mathematik.

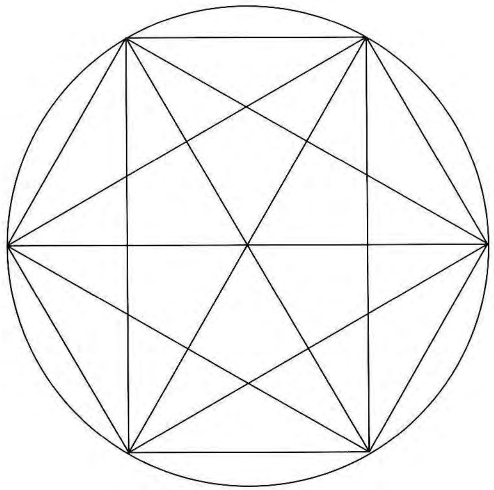
1829 sollte Niels Henrik Abel dank Crelles unermüdlichen Einsatzes auf eine Professur für Mathematik in Berlin berufen werden. Crelle schrieb diese Nachricht am 8. April 1829 an Abel, zwei Tage nach Abels Tod, von dem er zu diesem Zeitpunkt noch nicht wusste.

Aula der Universität Oslo (Foto: Stian Lysberg Solum/Scanpix/The Abel Prize/The Norwegian Academy of Science and Letters)

Sechs Ecken und ein Kreis: Ein Beispiel für ein Aufgabennetz

Swetlana Nordheimer [nordheim@mathematik.hu-berlin.de]
Humbolt-Universität zu Berlin

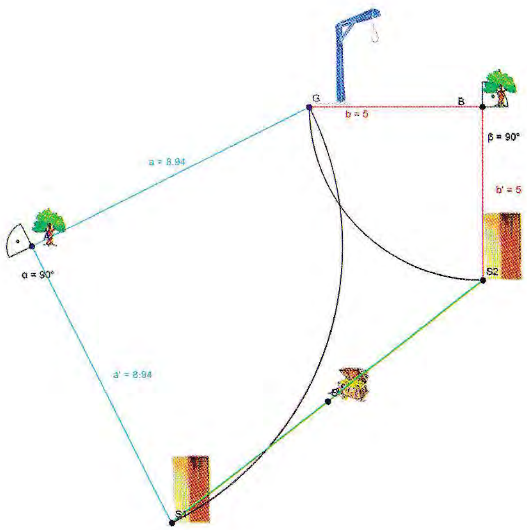
Im Vortrag sollen Aufgabennetze als Lernumgebungen zur Wiederholung der Unterrichtsinhalte im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I vorgestellt und anschließend diskutiert werden. Dabei wird exemplarisch gezeigt, wie Aufgaben rund um ein in einen Kreis einbeschriebenes regelmäßiges Sechseck Themenbereiche aus Geometrie, Arithmetik, Algebra und Stochastik verbinden und Schülerinnen und Schüler zur Kooperation anregen können.
Die Konstruktion und die Reflexion des Aufgabennetzes orientiert sich einerseits an theoretischen Überlegungen (u. a. Wittenberg, Vollrath, Wittmann), andererseits an schulischen Erprobungen des Aufgabennetzes an Berliner Schulen.
Zum Schluss eine „Hausaufgabe": Welche platonischen Körper können Sie in der folgenden Zeichnung entdecken?



Schätze finden mit Mathematik

Hubert Dammer [dammer@beuth-hochschule.de]
Beuth-Hochschule für Technik Berlin

Vektorrechnung einmal angewandt, ebenso eine kleine Anwendung der elementaren Rechnung mit komplexen Zahlen, insbesondere der geometrischen Interpretation der Multiplikation mit komplexen Zahlen. Die Illustrationen dazu können mit dem kostenlosen Programm GeoGebra visualisiert werden. GeoGebra ist eine dynamische Mathematik-Software zum Lernen und Lehren in allen Schulstufen.



Ein Seeräuber versteckt seinen Schatz auf einer Insel. Er merkt sich die Lage des Schatzes über drei markante Punkte: Vom Galgen G zählt er die Schritte a zum Baum A, dreht sich um 90° nach links, läuft dieselbe Schrittzahl a wieder ab und steckt einen Stock in S1 ein. Dann kehrt er zum Galgen zurück und wiederholt den Vorgang analog, d. h. Schritte b zum Baum B, Drehung nun nach rechts um 90°, wieder b ablaufen und in S2 einen zweiten Stock einstecken. Den Schatz S vergräbt er in der Mitte zwischen den beiden Stöcken S1 und S2. Der Galgen ist dabei der Ausgangspunkt der zurückzulegenden Wege.
Nach vielen Jahren finden Schatzsucher den Lageplan des Schatzes und reisen zur Insel, um den Schatz zu heben. Leider ist nun aber der markante Galgen nicht mehr da! Es stehen nur noch die beiden Bäume! Zum Glück ist der Galgen unwichtig! (Dies sieht man, wenn man den Galgenpunkt verschiebt – der Schatz S bleibt fix.)

Optimierung im Alltag oder: Warum Postboten keine T-Kreuzungen mögen

Dr. Hartwig Bosse [bosse@math.uni-frankfurt.de]
Goethe Universität Frankfurt

Wie fährt man eigentlich alle Straßen einer Stadt einmal ab, ohne dabei zu viele Straßen doppelt zu fahren? Diese Frage stellen sich Postboten, Müllfahrer und Weihnachtsmänner quasi täglich. Hinter den Kulissen des Alltags stecken viele solche scheinbar harmlose, aber kniffelige mathematische Probleme. Ob Sie ein Weihnachtspaket verschicken, Fotos zum Entwickeln bringen oder ein Bahnticket aus dem Automaten ziehen, immer laufen dabei irgendwo ausgeklügelte Algorithmen ab, die die entsprechenden Reisewege optimieren.

In diesem Vortrag erfährt man zum einen die überraschend einfache Lösung für das Problem des Postboten, zum anderen kann man mitansehen, wie sich solche Probleme aus der echten Welt modellieren und lösen lassen. Dabei wird gezeigt, wie ein Graphen-Modell einer Stadt schülergerecht eingeführt wird und wie diskrete Modellierung und diskretes Problemlösen geschickt motiviert und im Unterricht nachhaltig behandelt werden können.

Bild: Deutsche Post AG

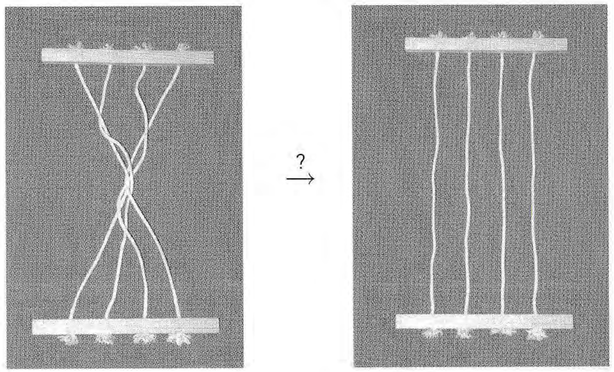
Algebra für Anfänger: Die Zopfgruppe

Prof. Dr. Martin Oellrich [oellrich@beuth-hochschule.de]
Beuth Hochschule für Technik Berlin

Die Algebra gibt durch ihr hohes Abstraktionsniveau allgemein gültige Einsichten in mathematische Strukturen. Gerade der Schritt ins Abstrakte fällt aber den meisten Anfängern schwer.

Ich möchte ein didaktisch erprobtes Beispiel zeigen, das zweierlei leistet: Zum einen macht es die typische abstrahierende Arbeitsweise der Algebra anschaulich, zum anderen lassen sich schnell nicht-intuitive Ergebnisse damit erreichen.

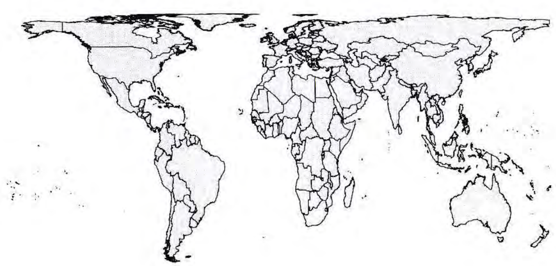
Zwei Stöcke, die durch vier parallele Seile fest verbunden sind (Bild rechts) werden durch eine volle Umdrehung des unteren Stocks um eine Achse parallel zu den Seilen verdrillt (Bild links). Kann man die Verdrillung der Seile ohne Rückdrehen des Stocks wieder aufheben? Kann man es, wenn um eine weitere Umdrehung verdrillt wird?



Trügerische Landkarten – oder: Warum kann man eine Orangenschale nicht bügeln?

Dr. Stefan Born [born@math.tu-berlin.de]
Technische Universität Berlin

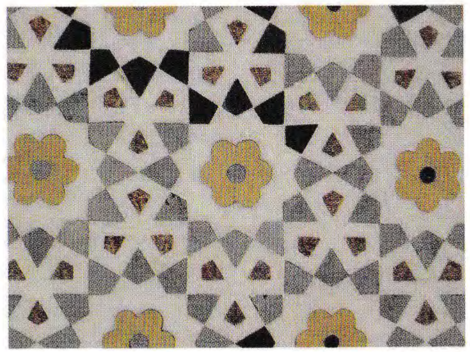
Der Versuch, eine geometrisch vollkommene Karte eines Teils der Erdoberfläche anzufertigen, an der sich alle Längen, Winkel und Flächeninhalte ablesen lassen, muss scheitern. Daraus, *wie* er scheitert, erfahren wir etwas über die Krümmung der Erdoberfläche. Man braucht dafür keine Satellitenbilder, selbst eine Schildkröte könnte durch beherztes Abschreiten der Erde schließlich auf deren Gestalt kommen.
Wenn es nun aber keine vollkommenen Karten gibt, ist es wichtig, Karten zu finden, die jeweils bei der Beantwortung bestimmter Fragen helfen. Es wird unter anderem um winkeltreue oder flächentreue Karten gehen oder auch um solche Karten, deren Geraden den Großkreisen entsprechen, die ein Schiff, das geradeaus segelt, abfährt. Außerdem werden wir klären, was eigentlich auf Google Maps zu sehen ist.

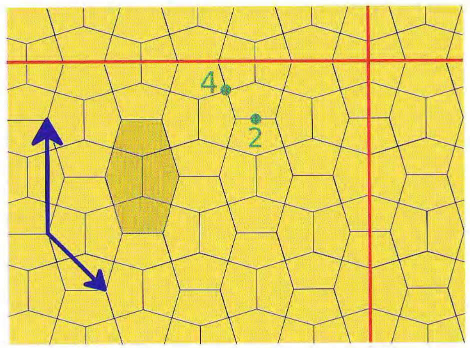


Pflastersteine und Mathematik

Dr. Dirk Frettlöh [frettloe@math.fu-berlin.de]
Freie Universität Berlin

Viele Pflasterungen begegnen uns im Alltag: Auf Bürgersteigen, Straßen oder Plätzen. Ähnliche Muster findet man etwa auf Wänden, Fliesen oder Tapeten. Einige davon zeigen hohe Regelmäßigkeiten, beispielsweise Spiegelsymmetrien oder Drehsymmetrien. In diesem Vortrag wird gezeigt, welche mathematischen Fragen über solche Muster in der Mathematik behandelt werden. Einige davon sind ganz aktuelle Forschungsthemen, wie etwa die Theorie der Quasikristalle. Für die Entdeckung der Quasikristalle ging der Nobelpreis 2011 an ihren Entdecker Danny Shechtman.

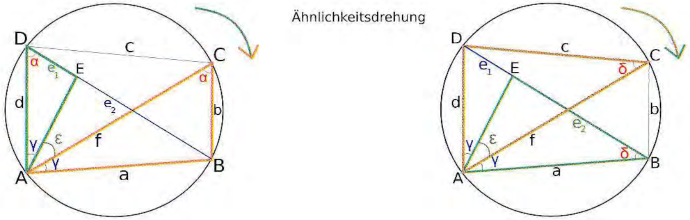




Geometrische Betrachtung zum Satz des Ptolemäus

Adrian Lehmann und Joram Wittke
[lehmann@wias-berlin.de,wittke@wias-berlin.de]
Weierstraß-Institut für angewandte Analysis und Stochastik

Im Rahmen unserer Ausbildung zum mathematisch-technischen Software-Entwickler beschäftigen wir uns mit direkten Beweisen (im Gegensatz zu indirekten Beweisen, bei denen aus der Annahme, dass die Behauptung falsch ist, ein Widerspruch – in den meisten Fällen zur Annahme – gefolgert wird). In diesem Zusammenhang betrachten wir den Satz des Ptolemäus, der ein grundlegender mathematischer Lehrsatz für ein spezielles Viereck, das Sehnenviereck, ist. Aus diesem Satz lassen sich einige Sonderfälle ableiten, die uns auf einfachste Weise auf den Satz des Pythagoras, den Cosinussatz oder den goldenen Schnitt führen.
Es werden sowohl der ursprüngliche Beweis (im Stile von Euklid), als auch andere „elegante" Beweisführungen behandelt.



$\Delta ABC \sim \Delta AED$

WWW-Ähnlichkeit, da in beiden Dreiecken α und γ vorhanden sind.

$$\frac{f}{b} = \frac{d}{e_1} \leftrightarrow f \cdot e_1 = b \cdot d \quad (1)$$

$\Delta ACD \sim \Delta ABE$

WWW-Ähnlichkeit, da in beiden Dreiecken δ und $\gamma + \epsilon$ vorhanden sind.

$$\frac{f}{a} = \frac{c}{e_2} \leftrightarrow f \cdot e_2 = a \cdot c \quad (2)$$

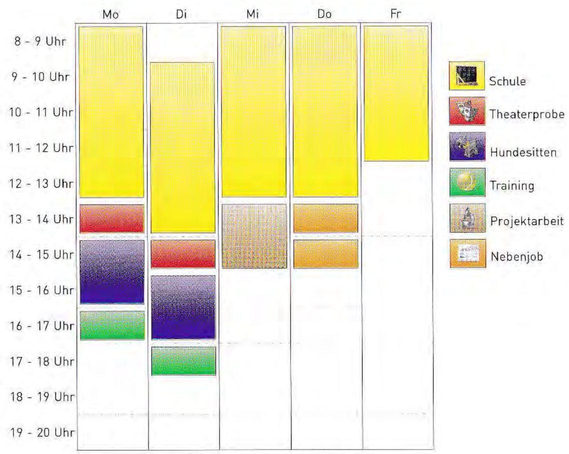
Aus $e_1 + e_2 = e$ folgt

$$e \cdot f = a \cdot c + b \cdot d \quad (1)+(2)$$

Mathematik angewandt – mehr Zeit für sich

Steffen Przybylowicz [przybylowicz@zib.de]
Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin

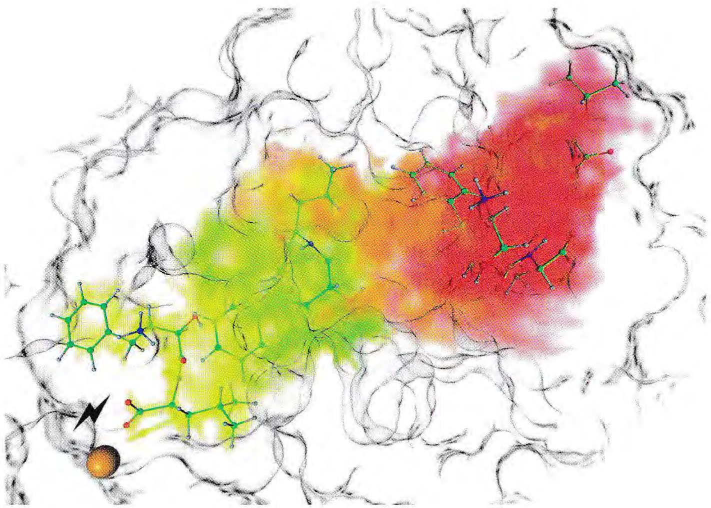
Es heißt, „Zeit ist Geld"! In einer sich permanent schneller bewegenden Umwelt gewinnt dieser Satz immer größere Bedeutung, so dass es immer wichtiger wird, sich seine Zeit optimal einzuteilen. Dieses Problem gilt jedoch nicht nur für das spätere Berufsleben, sondern betrifft bereits die frühe Schulzeit. Es gibt wohl keinen Schüler, der auf seine Freizeit verzichten möchte, doch bei zunehmend ausgefüllten Stundenplänen will diese gut geplant sein. Gut, dass sich die Mathematik diesem Problem stellt. Doch wie konkret kann Mathematik helfen, um gute Lösungen für Dienst-, Stunden- oder auch Freizeitpläne zu ermitteln?
In meinem Vortrag werde ich auf diese Frage eingehen und dabei speziell die Erstellung eines optimalen Freizeitplans betrachten. Hierfür erkläre ich anhand eines gewählten Beispiels zunächst, wie man als Mathematiker vorgeht, um einen guten bis bestmöglichen Plan zu erstellen. Diesbezüglich präsentiere ich äußerst hilfreiche Computeralgorithmen und werde dabei erklären, was genau es heißt, dass eine Lösung als gut bezeichnet werden kann. Mit diesem Wissen können wir uns anschließend gemeinsam herleiten, warum das Finden eines optimalen Freizeitplans ähnlich zu der Erstellung von Produktionsplänen für Maschinen ist.



Ein neuer Wirkstoff wird geboren

PD Dr. Marcus Weber [weber@zib.de]
Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin

Am Beispiel des Diabetes Mellitus Typ 2 wird gezeigt, auf welche Art und Weise am Rechner Wirkstoffmoleküle (engl. *drugs*) designed werden können. Dabei wird auch auf die Frage eingegangen, wo die Mathematik im sogenannten *Computational drug design* zu finden ist.



HAUPTVORTRAG
Mathematische Experimente

Prof. Dr. Albrecht Beutelspacher
[albrecht.beutelspacher@mathematikum.de]
Mathematikum Giessen/Universität Giessen

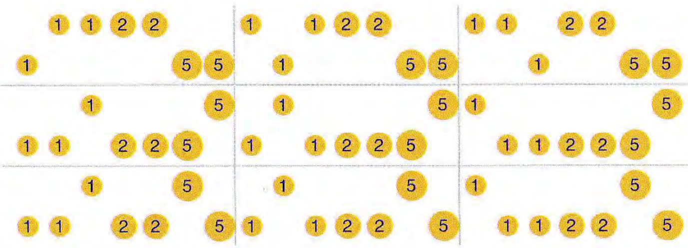
Mathematische Experimente kann man mit einfachsten Mitteln machen. Gerade die (technische) Einfachheit ermöglicht es, dass sich in uns Vorstellungen bilden und dass wir Einsichten bekommen. Die Experimente demonstrieren in wunderbarer Weise die Faszination der Mathematik. Alle vorgestellten Experimente sind so geartet, dass man diese auch selbst machen kann.
Die Experimente enthalten Zahlentricks, wie etwa Rechnen mit den Fingern, aber auch überraschende Möglichkeiten, wie man große Zahlen „im Kopf" multiplizieren kann. Wesentlich ist aber nicht nur der Überraschungseffekt, sondern auch die Möglichkeit, durch solche Verfahren Einblicke in das Wesen der Zahlen und der Rechenoperationen zu bekommen.
Eine zweite Experimentgruppe beschäftigt sich mit Objekten, die den Beginn der Mathematik vor 2500 Jahren markieren, aber bis heute für Theorie und Praxis wichtig sind. Hier spielen die so genannten „platonischen Körper", insbesondere das Tetraeder und Dodekaeder eine herausragende Rolle. Schließlich werden in einem letzten Teil Experimente gezeigt, die zwar auf Mathematik basieren, aber auch einfach „aus Spaß" gemacht werden können.
Alle Experimente sind technisch so einfach und mathematisch so verblüffend, dass man sich diese gut merken kann. Sie bieten neben dem Überraschungseffekt auch die Chance, tiefer in die mathematischen Zusammenhänge einzudringen und bieten sich daher als lang wirkende Motivationshilfen für den Mathematikunterricht an.

(Foto: Mathematikum Gießen/Rolf K. Wegst)

Geldwechseln – ein verzwicktes kombinatorisches Problem

Prof. Dr. Reinhard Meister [meister@bht-berlin.de]
Beuth Hochschule für Technik Berlin

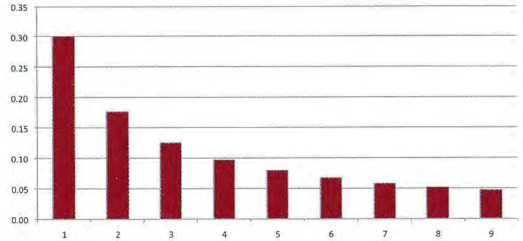
Drei Euro einundzwanzig kostet unser Obsteinkauf. Die drei Euro und ein 10-Cent Stück haben wir, aber jetzt fehlen noch elf Cent. Wir haben drei 1-Cent, zwei 2-Cent und zwei 5-Cent Münzen. Auf wie viele Arten können wir die restlichen elf Cent zusammensetzen? Welche anderen Beträge können wir noch wechseln? Und wie oft geht das mit genau 3, 4, oder 5 Münzen?
Anstatt einer Lösungsformel werden wir einen mathematischen Algorithmus kennen lernen, der uns diese Frage beantwortet. Dabei ersetzen wir auch noch das Addieren (z. B. 1 + 5 + 5 = 11) durch Verschieben auf dem Zahlenstrahl. Wenn man den Algorithmus als Computerprogramm umsetzt, erhält man schnell mit geringem Rechenaufwand die Antwort auf alle diese Fragen bei einer beliebigen Menge von Münzen.



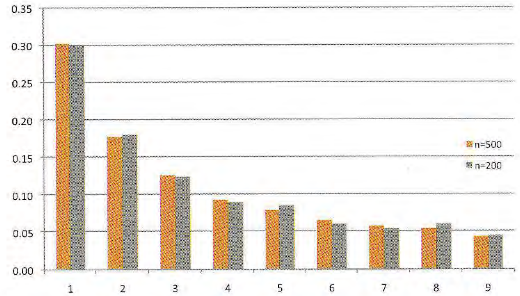
Gewinnt die Eins immer den Wettbewerb der führenden Ziffern?

Dr. Elke Warmuth [warmuth@math.hu-berlin.de]
Humboldt Universität zu Berlin

Wir untersuchen die Verteilung der führenden Ziffern von (mathematischen) Zahlenfolgen und Datenmengen aus der Realität, d. h. wir fragen danach, welchen Anteil die 1, 2, ..., 9 an den auftretenden führenden Ziffern hat. Oft neigen wir im ersten Anlauf voreilig dazu, von einer Gleichverteilung auszugehen. Warum sollte es bei den führenden Ziffern anders sein? Jeder kann sich aber Beispiele von Datenmengen überlegen, bei denen die Gleichverteilung nicht zutrifft. Eine Verteilung der führenden Ziffern, die mit einem Anteil der Eins von etwa 30 % gravierend von der Gleichverteilung abweicht, hat eine gewisse Berühmtheit erlangt – die sogenannte Benford-Verteilung. Eine mathematische Zahlenfolge, deren führende Ziffern mit wachsender Folgenlänge immer besser dem Benford-Modell folgen, ist die Fibonacci-Folge.



Benford-Verteilung

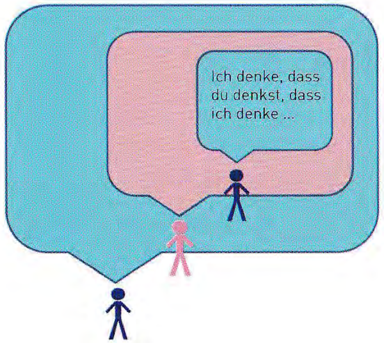


Führende Ziffern der ersten *n* Fibonacci-Zahlen

Das Gefangenendilemma – oder: Warum nett sein allein nicht ausreicht

Dr. Hartwig Bosse [bosse@math.uni-frankfurt.de]
Goethe Universität Frankfurt

Im Zusammenleben mit anderen geht nicht immer alles glatt, manchmal streitet man sich mit anderen zum Beispiel um etwas, das es nur einmal gibt. Die Spieltheorie ist der Teil der Mathematik, der sich genau damit beschäftigt: Was passiert, wenn mehrere Interessen aufeinandertreffen?
Im Vortrag wird eine besondere Situation (ein „Spiel") vorgestellt, in der sich zwei Akteure (die „Spieler") jeweils auf Kosten des anderen verbessern können: das sogenannte Gefangenendilemma. Leider ist es so, dass in diesem Spiel beide Spieler leer ausgehen, wenn sie beide gleichzeitig versuchen, den anderen zu betrügen. Dennoch ist das Spiel so gemacht, dass die Verlockung groß ist, zu betrügen. Wir gehen der Frage nach, wann die Spieler in diesem Spiel wohl gemeinsame Sache machen und beide profitieren bzw. wann die beiden Spieler versuchen, den jeweils anderen übers Ohr zu hauen und am Ende schlechter dastehen. Dabei entdecken wir unterwegs gemeinsam, was das alles mit Evolution und Hilfsbereitschaft zwischen Menschen zu tun hat. Am Ende wird sich zeigen: Nett sein allein reicht auf der Welt nicht, aber mit Betrug allein kommt man auch nicht weit.



Wie schnell kühlt mein Kaffee ab – oder: Mathematische Modellierung beim Frühstück

Prof. Dr. Yury Luchko [luchko@beuth-hochschule.de]
Beuth Hochschule für Technik Berlin

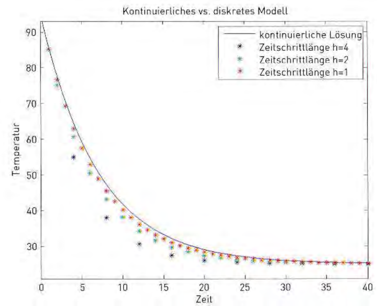
Viele Dinge und Prozesse, die uns im Alltag begegnen, können mit passenden Modellen beschrieben und verstanden werden. Oft werden Modelle in der Sprache der Mathematik formuliert und mit mathematischen Methoden ausgewertet. Im Vortrag werden wir uns mit einem für den Alltag wichtigen Problem beschäftigen: wir wollen die Zeit berechnen, die benötigt wird, damit unser Frühstückskaffee bis zur Trinktemperatur abkühlt. Es ist der Verdienst von Isaac Newton, hinter der kontinuierlichen Abnahme der Temperatur eine Gesetzmäßigkeit zu vermuten und nachzuweisen: Für kurze Zeitintervalle der Länge h ist die Veränderung der Temperatur T eines heißen Gegenstandes proportional zu h und der Differenz zwischen der aktuellen Temperatur und der Umgebungstemperatur T_U, d. h., es gilt

$$T(t+h) - T(t) \approx k\,h\,(T_U - T(t)).$$

Das Newtonsche Abkühlungsgesetz bildet die Grundlage für mathematische Modelle eines Abkühlungsprozesses. Im Vortrag diskutieren wir insbesondere ein einfaches diskretes Modell in Form einer iterativen Folge

$$T_0 = T_A,\ T_{i+1} = T_i + k\,h\,(T_U - T_i),\ i = 0, 1, 2, \ldots$$

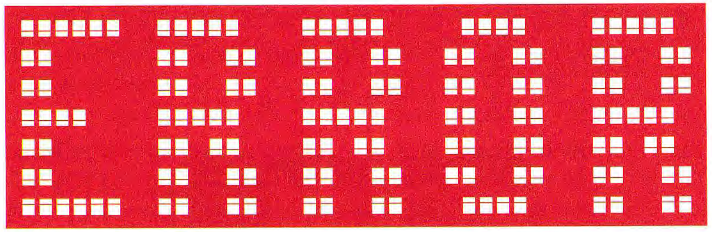
und ein kontinuierliches Modell in Form der Anfangswertaufgabe $T(0) = T_A$ für die Differentialgleichung $T'(t) = k\,(T_U - T(t)),\ t > 0$. Am Beispiel dieser Modelle besprechen wir unter anderem, wie man explizite Formeln für lineare iterative Folgen herleitet, lineare Differentialgleichungen analytisch und numerisch löst, wie die beiden Modelle zusammenhängen und was unsere Ergebnisse mit der Realität zu tun haben.



Computer machen keine Fehler – oder doch?

Prof. Dr. Christian Mehl [mehl@math.tu-berlin.de]
Technische Universität Berlin

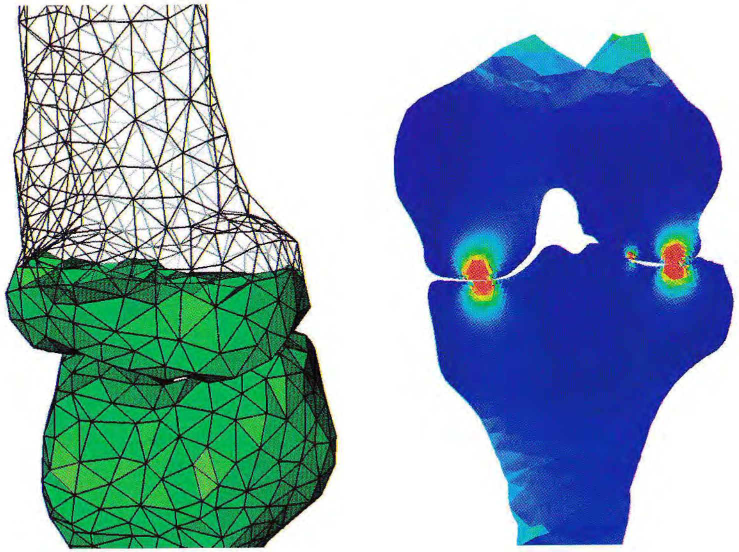
Computer beherrschen unser Leben – sie sind überall – und wir haben uns daran gewöhnt, ihnen zu vertrauen. Wir schauen vielleicht der Kassiererin beim Scannen über die Schulter, aber wenn die Kasse den Endbetrag anzeigt, dann zahlen wir den Betrag ohne ihn in Frage zu stellen. Doch ist dieses Vertrauen berechtigt? Im Vortrag werden wir sehen, dass Computer sehr wohl Fehler machen – und vielleicht nicht gerade dort, wo wir es erwartet hätten. Wir werden untersuchen, welche Fallen uns beim Rechnen mit dem Computer erwarten und wie wir damit umgehen können. Dabei werden wir sehen, dass das Vertrauen in die Rechnerergebnisse des Computers nur dann gerechtfertigt ist, wenn die Rechenverfahren gewisse Eigenschaften haben und wenn neben der eigentlichen Rechnung auch gleichzeitig eine Fehlerabschätzung durchgeführt wird, die gegebenenfalls eine Warnmeldung ausgibt.



Operationsplanung mit Finiten Elementen

Jr.-Prof. Oliver Sander [sander@mi.fu-berlin.de]
Freie Universität Berlin

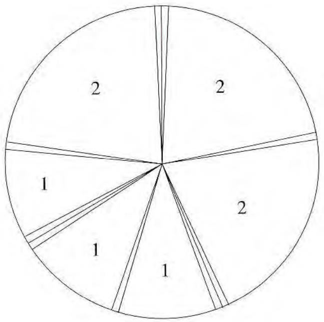
Chirurgische Eingriffe am menschlichen Bewegungsapparat müssen sorgfältig geplant werden, um Folgeschäden zu vermeiden. Mathematik und moderne Computer eröffnen hier neue Horizonte. Operationen lassen sich komplett simulieren. So werden die Konsequenzen eines Eingriffs sichtbar, und der Operateur kann die optimale Vorgehensweise ermitteln. Ein wichtiger Schritt in einer solchen Operationsplanung ist die Konstruktion eines Modells des Patienten im Computer. Wir erklären, wie so ein Modell gebaut wird, und wie damit simuliert wird.

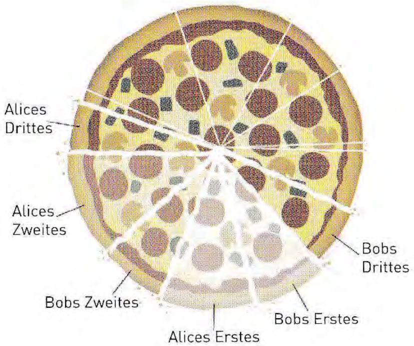


Wie man viel von einer Pizza abbekommt

Dr. Kolja Knauer [knauer@tu-berlin.de]
Technische Universität Berlin

Alice und Bob teilen sich eine Pizza. Sie haben ein relativ eingespieltes Verfahren, um dies zu tun: Erst schneidet Bob die Pizza in eine beliebige Zahl Stücke verschiedener Größe und zwar mit Schnitten von der Mitte zum Rand. Nun lässt er Alice die freie Wahl des ersten Stücks. Ab jetzt nehmen Bob und Alice abwechselnd immer je ein Stück. Die besondere Höflichkeitsetikette, an die sie sich dabei strikt halten, ist, dass man nur Stücke nehmen darf, die neben höchstens einem noch nicht gegessenen Stück liegen. Das heisst: Nachdem Alice das erste Stück genommen hat, dürfen nur Stücke genommen werden, von denen ein benachbartes Sück schon genommen wurde. Ein möglicher Anfang ist in der Salami-Champignon-Pizza veranschaulicht.
Wir untersuchen die Frage, wie viel Alice von der Pizza abbekommen kann. Wie viel schafft Alice von der abgebildeten Schwarz-Weiß-Pizza zu essen, wenn Bob sich schlau anstellt? Die Pizza hat Stücke der Größen 1 und 2 und einige extrem kleine Stückchen, deren Größe man sich als 0 vorstellen darf.

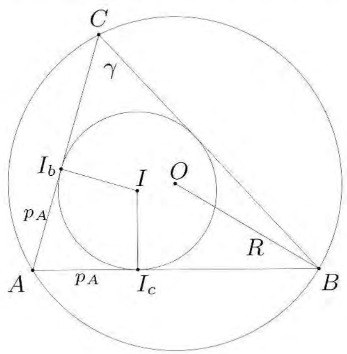




Dualität in der elementaren Geometrie

Dr. Holger Stephan [stephen@wias-berlin.de]
Weierstraß-Institut für Angewandte Analysis und Stochastik

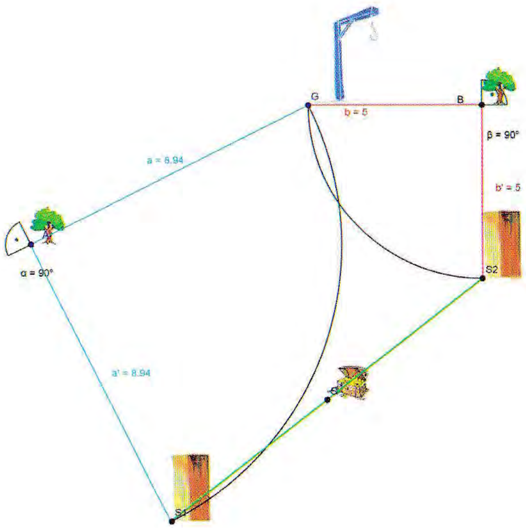
Dualität ist eines der fruchtbarsten Prinzipien in der Mathematik. Einfach gesagt bedeutet Dualität, dass jeder Sachverhalt von zwei verschiedenen Seiten aus betrachtet werden kann. Das hat viele Vorteile: Meist sind beide Seiten verschieden schwer. Man kann sich dann die leichtere zur Lösung auswählen. Hat man eine interessante Eigenschaft eines Objektes gefunden, ist seine duale Eigenschaft oft auch interessant.
In der elementaren oder euklidischen Geometrie sind, im Gegensatz zur projektiven Geometrie, Dualitätsprinzipien oft nicht einfach zu finden. Im Vortrag wird auf verschiedene duale Objekte eingegangen, unter anderem auf die Dualität zweier Größen, deren Produkt der Flächeninhalt eines Dreiecks ist. Außerdem geht es um die Dualität zwischen In- und Umkreis im Dreieck und die Dualität zwischen Sehnen- und Tangentenvierecken. Ein Verständnis dieser Dualität macht die Konstruktion eines vierten Punktes auf dem Umkreis eines Dreiecks, für den gilt, dass das dadurch definierte Viereck einen Inkreis besitzt (ein solches Viereck nennt man aus naheliegenden Gründen ein Sehnentangentenviereck) beinahe zu einer Trivialität. Die Konstruktion eines solchen Punktes war immerhin mal eine Aufgabe bei der Internationalen Mathematikolympiade.
Zur Vorbereitung auf den Vortrag, kann man schon mal versuchen, ein Dreieck zu konstuieren, wenn folgende drei Größen gegeben sind: (1) Der Winkel γ am Eckpunkt C, (2) der Umkreisradius R, (3) der Abstand p_A zwischen Eckpunkt A und dem Punkt I_b, bei dem der Inkreis des Dreiecks die Strecke $\overline{AC}$ berührt.



Schätze finden mit Mathematik

Hubert Dammer [dammer@beuth-hochschule.de]
Beuth-Hochschule für Technik Berlin

Vektorrechnung einmal angewandt, ebenso eine kleine Anwendung der elementaren Rechnung mit komplexen Zahlen, insbesondere der geometrischen Interpretation der Multiplikation mit komplexen Zahlen. Die Illustrationen dazu können mit dem kostenlosen Programm GeoGebra visualisiert werden. GeoGebra ist eine dynamische Mathematik-Software zum Lernen und Lehren in allen Schulstufen.

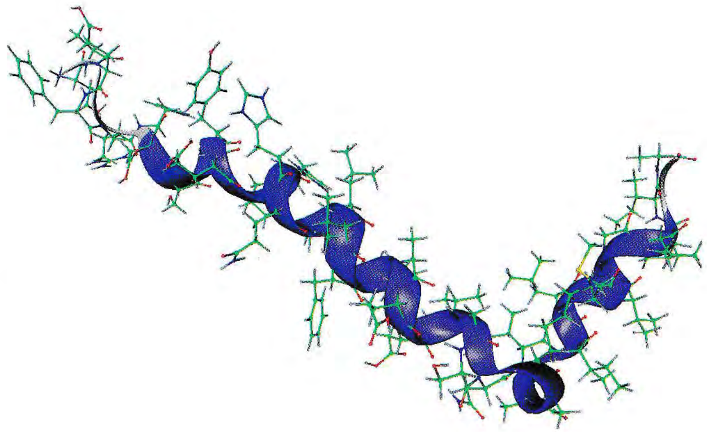


Ein Seeräuber versteckt seinen Schatz auf einer Insel. Er merkt sich die Lage des Schatzes über drei markante Punkte: Vom Galgen G zählt er die Schritte a zum Baum A, dreht sich um 90° nach links, läuft dieselbe Schrittzahl a wieder ab und steckt einen Stock in S1 ein. Dann kehrt er zum Galgen zurück und wiederholt den Vorgang analog, d. h. Schritte b zum Baum B, Drehung nun nach rechts um 90°, wieder b ablaufen und in S2 einen zweiten Stock einstecken. Den Schatz S vergräbt er in der Mitte zwischen den beiden Stöcken S1 und S2. Der Galgen ist dabei der Ausgangspunkt der zurückzulegenden Wege.
Nach vielen Jahren finden Schatzsucher den Lageplan des Schatzes und reisen zur Insel, um den Schatz zu heben. Leider ist nun aber der markante Galgen nicht mehr da! Es stehen nur noch die beiden Bäume! Zum Glück ist der Galgen unwichtig! (Dies sieht man, wenn man den Galgenpunkt verschiebt – der Schatz S bleibt fix.)

Mit Mathematik Alzheimer und andere Krankheiten verstehen

Dr. Konstantin Fackeldey [fackeldey@zib.de]
Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin

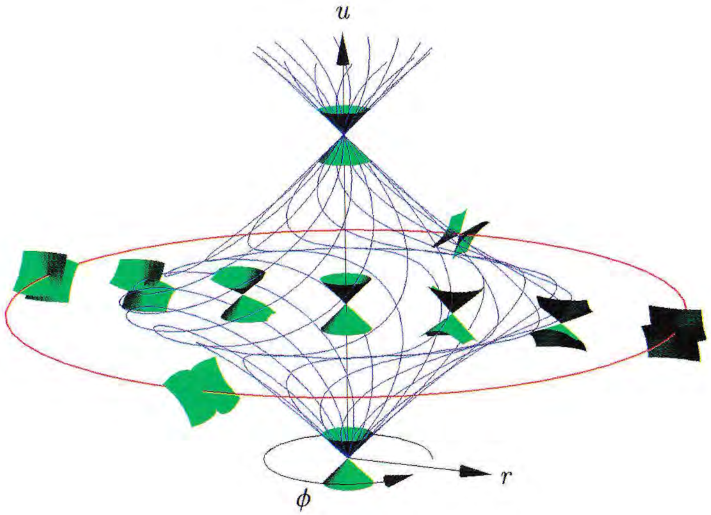
Schätzungsweise 1,2 Millionen Menschen in Deutschland leiden an Alzheimer. Daher ist es nicht verwunderlich, dass in den letzten Jahren Mediziner verstärkt versuchen, der Ursache dieser Krankheit auf die Spur zu kommen. Ein Erklärungsansatz dieser Krankheit geht davon aus, dass sich bestimmte Proteine im Körper falsch verformen und diese im Gehirn eines an Alzheimer Erkrankten wichtige Kanäle verstopfen.
Am Beispiel dieser Krankheit beschäftigen wir uns zunächst damit, wie man ein Protein überhaupt mit mathematischen Modellen beschreiben kann und wie man anschließend dieses Model in den Rechner bekommt. Berücksichtigt man bei der Simulation auch noch die volle Flexibilität eines Proteins, dann führt uns das zu so genannten hochdimensionalen Problemen, die nicht nur unserer Vorstellung, sondern auch der Simulation Schwierigkeiten bereiten.



Wie man mit Mathematik Zeitmaschinen baut

Prof. Dr. Mike Scherfner [scherfner@math.tu-berlin.de]
Technische Universität Berlin

Zeitmaschinen – das klingt nach Science Fiction, nach reiner Phantasie. Aber ist das wirklich so? Können Physiker denken, was Mathematiker umsetzen? Wir werden im Vortrag klären, was Zeitmaschinen aus mathematischer Betrachtung sind und was wir von diesen dann erwarten können.
Beginnen werden wir dabei mit einigen geometrischen Grundlagen, mit Hilfe derer wir dann verstehen, was die eigentliche Idee hinter der (mathematischen) Konstruktion von Zeitmaschinen ist. Es folgen einige Beispiele, die unter Verwendung zahlreicher Visualisierungen erklärt werden.



Wie komprimiert man ein digitales Bild?

Prof. Dr. Gitta Kutyniok [kutyniok@math.tu-berlin.de]
Technische Universität Berlin

Heutzutage besitzt fast jede(r) eine Digitalkamera und speichert die digitalen Photos in komprimiertem JPEG-Format auf dem Computer ab. Die Bildkompression ist ein zentraler Baustein, um kleine und vor allem leichte Kameras herstellen zu können.
Ein anderes Beispiel für die Bedeutung der Bildkompression ist die *Mars Exploration Rover Mission 2003*, deren Ziel die Erforschung der Oberfläche des Mars ist. Jeder der beiden automatischen Geländewagen hat neun Kameras, deren Bilddaten gespeichert und zur Erde übertragen werden müssen. Aufgrund der Größe der Datenmenge ist hierfür der verbesserte JPEG2000-Kompressionsalgorithmus notwendig, der auf so genannten Wavelets beruht. Wie funktioniert solch eine Bildkompression eigentlich, und was hat dies mit Mathematik zu tun?
In diesem Vortrag werden wir die Grundlagen der Bildkompression diskutieren und auch das neue JPEG2000-Format vorstellen.

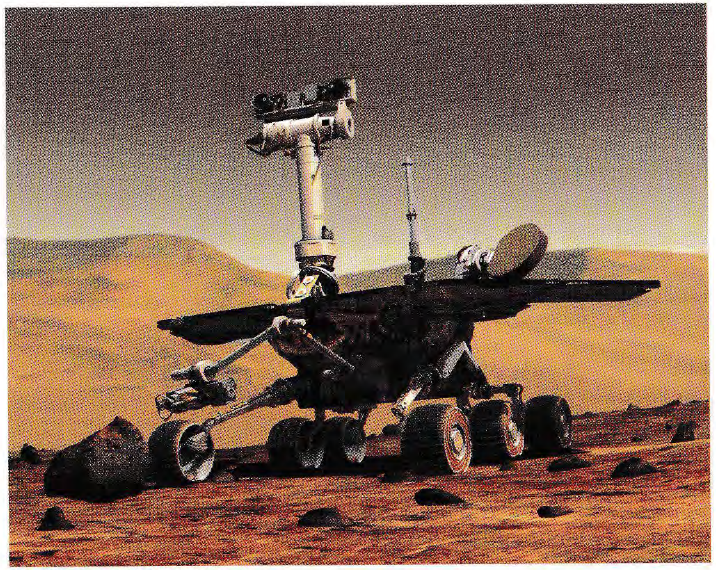


Bild: Courtesy NASA/JPL-Caltech

Zeit ist Geld: Optimale Bewegung von Industrierobotern

Dr. Chantal Landry [chantal.landry@wias-berlin.de]
Weierstraß-Institut für Angewandte Analysis und Stochastik

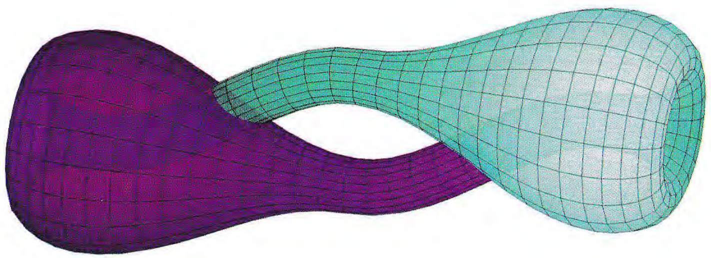
In der Automobilindustrie arbeiten mehrere Roboter gleichzeitig an einem Werkstück. Da die Unternehmen eine maximale Anzahl von Autos herstellen wollen, müssen die Roboter ihre Arbeit so schnell wie möglich erledigen.
Dabei stellen sich die folgenden Fragen: Welche Aufgabe wird von welchem Roboter erledigt? In welcher Reihenfolge verrichtet der Roboter seine Arbeit? Was ist der schnellste Weg zwischen zwei Positionen des Roboters in dem Wissen, dass der Roboter nicht mit den anderen Robotern oder den umliegenden Hindernissen kollidieren darf?
In diesem Vortrag werde ich zeigen, wie die Mathematik auf alle diese Fragen Antworten findet.

Lackierroboter von ABB [Bild: ABB]

Über die Ausstellung zum „Tag der Mathematik" an der Freien Universität Berlin

Die Ausstellung zum 17. Berliner „Tag der Mathematik" zeigt die Vielfalt der Mathematik und macht sie an den Exponaten begreiflich und fassbar. Dabei sollen sich alle Besucher – ob groß, ob klein – anregen lassen und selbst an den Ausstellungsobjekten aktiv werden. Dank Mathe-Kino, Bastelecken und verschiedenen Mitmach-Aktionen können die Besucher als Forscher in der Mathematik unterwegs sein und diese Wissenschaft interaktiv erleben.
Mit Unterstützung vieler Kolleginnen und Kollegen haben wir eine der größten Sammlungen mathematischer Objekte im Berliner Raum zusammengestellt. Die Ausstellung zeigt mit verschiedensten Bildern und interaktiven Visualisierungen die spannende, vielfältige und faszinierende Welt der Mathematik und regt dazu an, selbst Experimente durchzuführen und die Mathematik zu entdecken. Und dazu muss man kein Mathe-Genie sein: Fantasie und Kreativität reichen aus, um die bunten Seiten der Mathematik zu erleben.
Ich wünsche allen Besuchern viel Spaß auf dieser Entdeckungsreise durch die Mathematik!

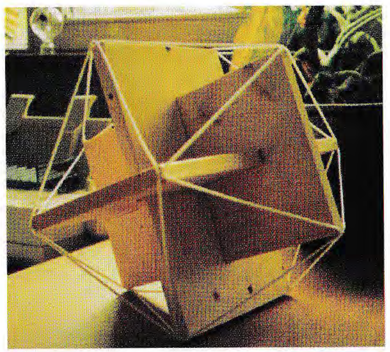
Konrad Polthier



Mathematische Phänomene

Prof. Dr. Ehrhard Behrends [behrends@math.fu-berlin.de]
Freie Universität Berlin

Hier werden faszinierende Phänomene aus der Mathematik anhand von anschaulichen Exponaten und Postern erläutert.
Zum Beispiel der Pacioli-Ikosaeder: Der italienische Mathematiker Luca Pacioli hat im 15. Jahrhundert einen interessanten Zusammenhang zwischen dem goldenen Schnitt und den platonischen Körpern entdeckt. Er fand heraus: Wenn man drei deckungsgleiche Rechtecke nimmt, deren Seiten im Verhältnis des goldenen Schnitts stehen, und diese Rechtecke sich gegenseitig orthogonal durchdringen, dann spannen die Ecken des so entstehenden Gebildes ein Ikosaeder auf. Will man diese Beobachtung nun beweisen, benötigt man nur den Satz des Pythagoras.
Oder das Geburtstagsparadoxon: Dieses Beispiel aus der Wahrscheinlichkeitstheorie zeigt, dass wir zufällig eintretende Ereignisse manchmal ziemlich falsch einschätzen. Das Paradoxon dreht sich um die Frage, wie hoch die Wahrscheinlichkeit ist, dass in einer Schulklasse von 23 Schülern zwei Kinder am gleichen Tag Geburtstag haben. Obwohl es 365 Tage im Jahr gibt, liegt die Wahrscheinlichkeit für zwei Geburtstage an einem Tag wesentlich höher als 1/365 – nämlich bei über 50 %.
Außerdem können Sie die größte bekannte Primzahl in einem mehrbändigen Buch nachlesen, die vierte Dimension erforschen oder unmögliche Figuren und optische Täuschungen erleben. Ein Ausflug in die Besonderheiten der Mathematik.



Würfelchampion

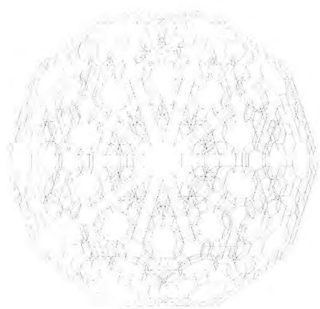
Katja Biermann und Rudolf Kellermann
[biermann@matheon.de, kellermann@matheon.de]
DFG-Forschungszentrum Matheon

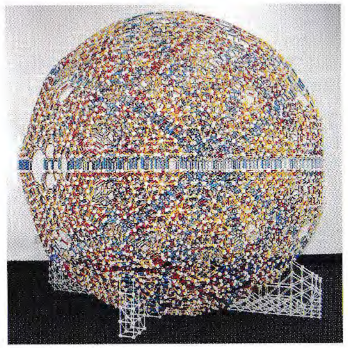
Drei Würfel, acht Würfel – was ist besser? Testet Euch im Würfeln gegen andere Teams und baut den Berg zuerst ab. Wer gut abschätzen kann und ein bisschen Würfelglück hat, ist dem gegnerischen Team immer einen Schritt voraus! Ein Spiel, in dem 6-en einmal nicht gewinnen.
Gleichzeitig könnt ihr Euch über die Schulaktivitäten des DFG-Forschungszentrums MATHEON und sein Schülerlabor MathExperience informieren und sehen, wo überall im Alltag Mathematik versteckt ist.

Zometool-Biggie: Projektion eines vierdimensionalen Polyeders

Max Dohlus [max.dohlus@fu-berlin.de]
Freie Universität Berlin

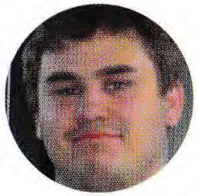
Der „Biggie" ist mathematisch gesehen eine Projektion eines Polyeders aus dem vierdimensionalen Raum, des abgestumpften, vierdimensionalen Tetraeders. Auch wenn man sich einen vierdimensionalen Körper vielleicht nicht vorstellen kann – eine Projektion hat jeder von uns schon einmal gemacht. Wenn man beispielsweise einen Würfel auf ein Blatt Papier zeichnet, ist das eine Projektion. Der dreidimensionale Würfel wird dabei auf das zweidimensionale Blatt „projiziert".
Genau nach diesem System kann man eine dreidimensionale Projektion eines vierdimensionalen Körpers bilden. Ausgangskörper für den „Biggie" ist eine Pflasterung der vierdimensionalen Kugel mit 600 Tetraedern, auch 600-Zell genannt. Dieser Körper wird erst „vollständig abgestumpft", d. h. seine Ecken, Kanten und Flächen werden ein wenig angeschnitten. Die dreidimensionale Projektion dieses vierdimensionalen Körpers ist dann der „Biggie". An ihm kann man die Symmetrien des eigentlichen, vierdimensionalen Körpers studieren.
Dieses Modell – der erste Zometool-Biggie in Deutschland – wurde im vergangenen Jahr von 15 Studierenden der Freien Universität Berlin unter Leitung von Prof. Polthier aus mehr als 20 000 Bauteilen erschaffen.



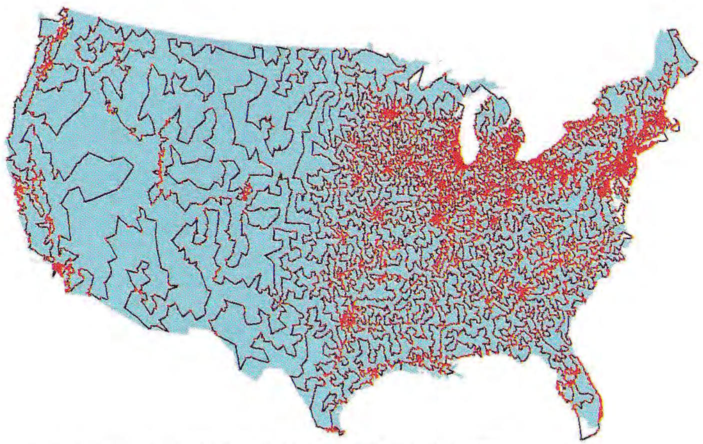


Malen nach Zahlen

Gerald Gamrath und Dr. Rüdiger Stephan
[gamrath@zib.de, stephan@zib.de]
Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin



Ein Gesicht in einem Zug gezeichnet? Dem „Haus des Nikolaus" ähnlich ist das „Traveling Salesman-Problem" (TSP), bei dem ein Handlungsreisender eine kürzeste Tour durch gegebene Städte sucht. Das „Traveling Salesman-Problem" ist ein typisches kombinatorisches Optimierungsproblem, bei dem mit steigender Anzahl von Städten die Zahl der möglichen Rundtouren dramatisch ansteigt. Bei fünf Städten gibt es nur 24 mögliche Touren, bei zehn Städten gibt es immerhin schon 362.880 Touren, und bei 20 Städten gibt es bereits 121.645.100.408.832.000 (also mehr als 121 Billiarden) mögliche Rundtouren. Clevere Lösungsstrategien sind erforderlich, um diesem Phänomen, auch als kombinatorische Explosion bezeichnet, zu begegnen.
Am Stand der TSP-Gesichter wird ein mathematisches Modell zur Lösung des „Traveling Salesman-Problems" vorgestellt. Außerdem wird das Problem so abgewandelt, dass durch das Zeichnen einer Rundreise ein Foto (z. B. eines Gesichts) skizziert werden kann. Das vorliegende Foto wird dabei zunächst mittels Software auf ein Bild reduziert, dass nur aus wenigen tausend Pixeln besteht, aber noch die wesentlichen Merkmale des fotografierten Gegenstands/Gesichts wiedergibt. Anschließend wird durch die Pixel eine möglichst kurze Rundtour gezogen.

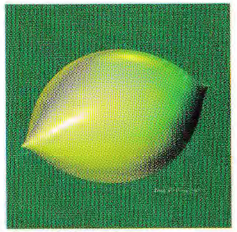


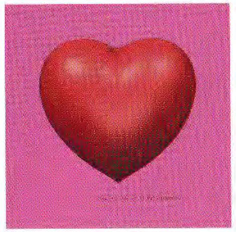
Kürzeste Rundtour durch 13 509 Städte der USA (Applegate et al. 1998)

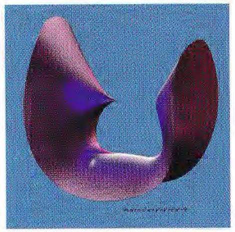
IMAGINARY

Anna Maria Hartkopf [hartkopf@mfo.de]
Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach

Bilder aus der berühmten IMAGINARY-Ausstellung zeigen Visualisierungen von algebraischen Flächen. Die Idee dabei ist, die visuelle und ästhetische Komponente der Mathematik als Blickfang zu verwenden, um den Betrachtern mathematische Hintergründe zu erklären. Zu jeder Fläche gibt es eine Erklärungstafel mit Einblicken in die mathematischen Eigenschaften und die Erstellung des Bildes. So werden die wichtigen Elemente der Bilder, wie beispielsweise die Singularitäten, beschrieben.
Die Idee von IMAGINARY ist – wie der Name schon vermuten lässt – die visuelle und ästhetische Komponente der Mathematik als Blickfang zu verwenden, um den BesucherInnen mathematische Hintergründe auf interaktive Weise zu erklären. Das Imaginäre, Unvorstellbare der Mathematik wird verbildlicht, es wird zu Bildern („images"), die auch selbst erzeugt werden können.





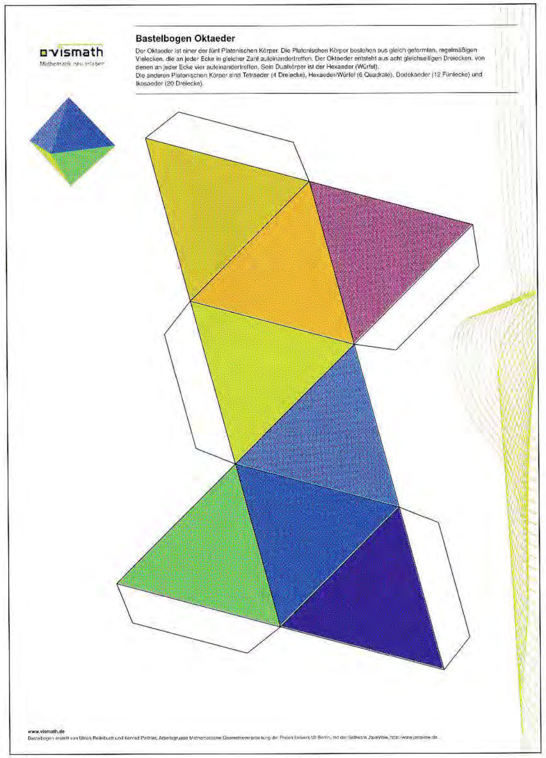


Links Zitrus: Die Gleichung $x^2 + z^2 = y^3(1-y)^3$ von Zitrus erscheint ebenso einfach wie die Figur selbst. Zwei spiegelsymmetrisch angeordnete Spitzen rotieren um die durch sie gehende Achse. Die durch Weglassen von $(1-y)^3$ vereinfachte Gleichung $x^2 + z^2 = y^3$ sorgt für genau eine Spitze und $x^2 + z^2 = (1-y)^3$ liefert das Spiegelbild. Beide sind unendlich ausgedehnte Flächen. Das Produkt auf der rechten Seite der ursprünglichen Gleichung bewirkt, dass Zitrus beschränkt bleibt. Man überlegt sich: Wird y dem Betrag nach größer als 1 und damit die rechte Seite negativ, so erlaubt die Gleichung keine reellen Lösungen für x und z.

vismath – Mathematik neu erleben

Anne Kahnt [kahnt@vismath.de]
vismath

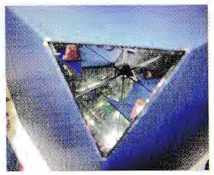
Was hat ein Fußball mit Platos regelmäßigen Körpern zu tun? Wie kann man aus Papier drehbare Gelenke erschaffen? Warum heißt ein Ikosaeder eigentlich Ikosaeder? Wir laden ein zu einem Streifzug durch die aufregende Welt der Geometrie.
An unseren Mitmach-Tischen kann jede(r) auch komplexe Geometrien ganz leicht selber erstellen. Unsere Bastelbögen lassen sich mit Schere und Kleber leicht und unkompliziert in platonische und archimedische Körper oder sogar Minimalflächen und Durchdringungen verwandeln. Mit dem Konstruktionsspielzeug Zometool lassen sich geometrische Körper in zwei, drei und sogar vier Dimensionen erforschen. So wird Geometrie zum Kinderspiel!



Kaleidoskope

Prof. Dr. Konrad Polthier und Prof. Dr. Ehrhard Behrends
[konrad.polthier@fu-berlin.de, behrends@math.fu-berlin.de]
Freie Universität Berlin

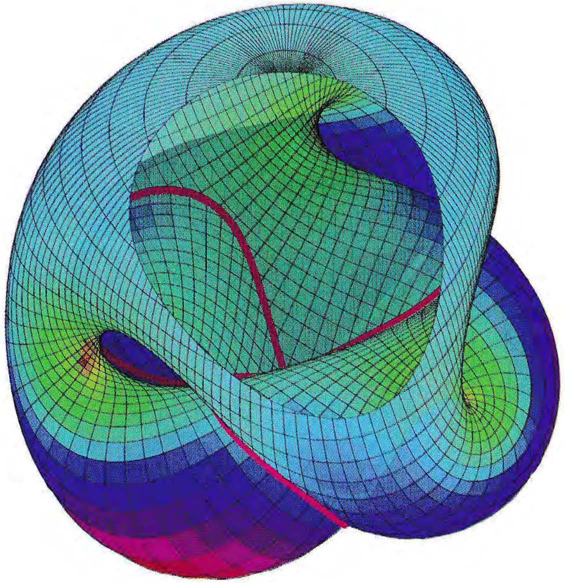
Einen Spiegel hat jeder zu Hause und vielleicht haben Sie auch schon mal durch ein Kaleidoskop geschaut und die Muster bewundert, die darin zu sehen sind. Wer sich fragt, wie diese Muster entstehen, findet mit einem Blick durch diese drei Kaleidoskope die Antwort.
Der dreieckige, blaue Spiegelkasten (linke Abbildung) besteht aus drei identischen Spiegelflächen, die mit einem gleichseitigen Dreieck als Grundform eine Art Röhre bilden. Objekte im Kaleidoskop werden von den Seitenwänden gespiegelt und diese Spiegelbilder wiederum von den gegenüberliegenden Seiten und so weiter. Dadurch wird an den Seiten des Kaleidoskops der Eindruck eines virtuellen Raums erzeugt. Das Gesamtbild hat dank der speziellen Grundfläche eine klare Struktur.
In einem blauen Würfelkasten sehen wir hingegen ein anderes Bild unseres dreidimensionalen Raumes. Durch die rechtwinklige Anordnung der Spiegelflächen – wie an den Innenseiten dieses Würfels – wird ein Gegenstand im Innern an insgesamt sechs Seiten gespiegelt. Das erzeugt den Eindruck der Unendlichkeit. Das Bild, das man erhält, erinnert durch diese regelmäßige Wiederholung des Gegenstands an einen Kristall, dessen Atome analog auf einem regelmäßigen Gitter angeordnet sind.
Das sphärische Kaleidoskop (rechte Abb.) ist aus drei Spiegeln zusammengesetzt, die an einer Seite abgerundet sind und eine Art Pyramide bilden. Man erhält als Berandung nicht ein ebenes Dreieck, sondern ein sphärisches – also ein Dreieck, das auf der Oberfläche einer Kugel liegt. Dadurch ergibt sich ein merkwürdiger Effekt: Die Winkel im Dreieck summieren sich zu mehr als 180 Grad auf! Wenn man genau hinschaut, kann man den genauen Wert selbst berechnen. Im sphärischen Kaleidoskop lassen sich mithilfe der passenden Bausteine alle Polyeder erzeugen, die die Symmetrie des Dodekaeders haben, darunter zwei der fünf platonischen Körper.

Ein visueller Streifzug durch die Mathematik

Prof. Dr. Konrad Polthier [konrad.polthier@fu-berlin.de]
Freie Universität Berlin

Was ist die projektive Ebene oder der vierdimensionale Raum? Wie findet man kürzeste Wege von A nach B? Und was haben eigentlich Seifenblasen mit Mathematik zu tun?
Die Sammlung von großformatigen, mathematischen Visualisierungen liefert Antworten. Statt langer Formeln und Texte zeigen diese Bilder, wie anschaulich die Mathematik ist. Die faszinierenden Darstellungen aus allen Bereichen der Mathematik sind so angelegt, dass sie für jedermann zugänglich sind und nicht nur den Experten vorbehalten bleiben. Problemstellungen und Lösungen werden anschaulich visualisiert. Eigenschaften der dargestellten mathematischen Objekte lassen sich besser verstehen. Begleittexte erläutern die einzelnen Darstellungen und eröffnen neue Einblicke in die bunte Welt der Mathematik. Lernen Sie die Mathematik von ihrer faszinierenden Seite kennen. (Diese und viele weitere Bilder sind auch im Buch „Bilder der Mathematik" zu finden.)

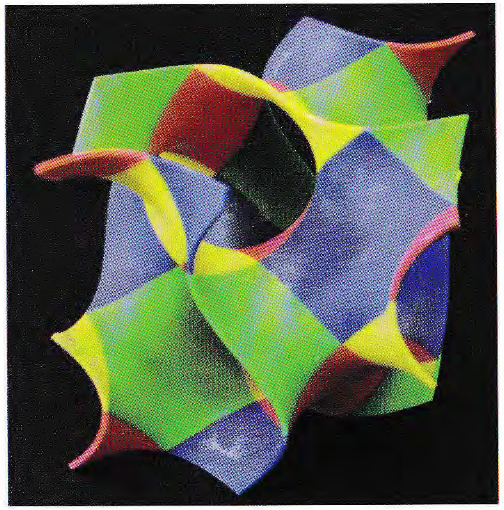


3D-Modelle aus der Geometrie

Prof. Dr. Konrad Polthier und Isabella Thiesen
[konrad.polthier@fu-berlin.de, isabella.thiesen@fu-berlin.de]
Freie Universität Berlin

In der Mathematik behandelte Probleme können sehr abstrakt sein. Um Fragestellungen besser zu verstehen, können Visualisierungen des Problems weiterhelfen. In dieser Galerie mathematischer Modelle werden faszinierende Darstellungen mathematischer Geometrien präsentiert. Verschiedene Eigenschaften der Körper und die Zusammenhänge der Geometrien untereinander werden so veranschaulicht.
Von platonischen und archimedischen Körpern bis zu Minimalflächen und Durchdringungen: Hochwertige 3D-Drucke, Zometool-Modelle und vieles mehr zeigen anschauliche Mathematik:

- Modelle dreidimensionaler Polyeder wie den platonischen und archimedischen Körpern, also Würfel, Fußball und Kuboktaeder.
- Kantenmodelle, die die Beziehungen dreidimensionaler Körper untereinander zeigen und Zusammenhänge verdeutlichen.
- Vielfältige Modelle und Projektionen von vierdimensionalen Polytopen, zum Beispiel dem Hyperwürfel oder einem 120-Zell.
- Minimalflächen, die sich wie Seifenblasen verhalten, nicht orientierbare Flächen wie die Klein'sche Flasche und viele weitere, interessante Objekte.



Mathe-Kino

Prof. Dr. Konrad Polthier [konrad.polthier@fu-berlin.de]
Freie Universität Berlin

Faszinierende Kurzfilme und Visualisierungen bieten einen unterhaltsamen und informativen Einblick in moderne und klassische Themen der Mathematik.
Was ist ein Hyperdodekaeder und wie wird es konstruiert? Wieso verpasst man an manchen Bahnhöfen ständig die U-Bahn? Außerdem lernen wir ein neugieriges Sechseck namens „Hex“ kennen, begegnen dem Dreiecksmännchen und lernen, wie Tschebycheff schon vor über 100 Jahren eine Laufmaschine konstruierte. Diese und viele weitere Fragen werden anschaulich und verständlich illustriert.
Die Filmvorführung besteht aus einer Kollektion von international prämierten Kurzfilmen vom MathFilm Festival.

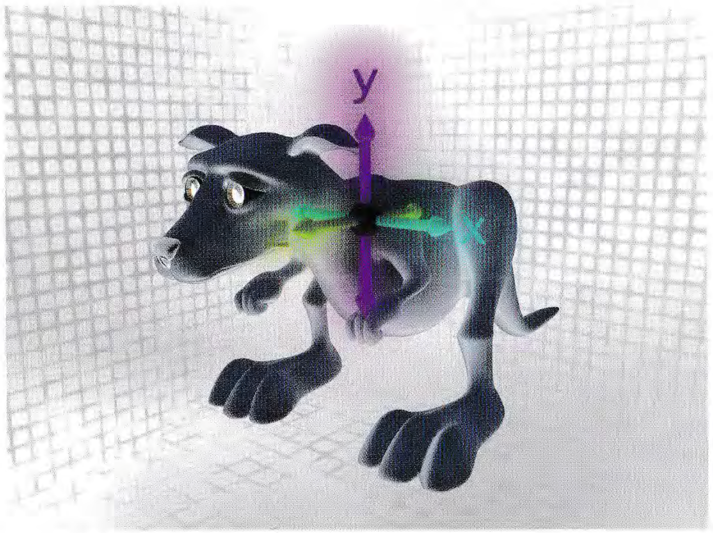
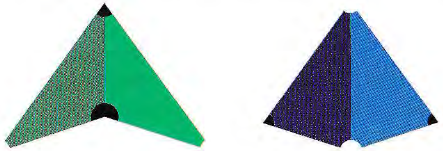


Abbildung: Beau Janzen, Quantus

Den Geheimnissen der Penrose-Parkettierungen auf der Spur

Ulrich Reitebuch [ulrich.reitebuch@fu-berlin.de]
Freie Universität Berlin

Eine Penrose-Parkettierung ist eine Parkettierung der ganzen Ebene mit den hier abgebildeten Fliesen („Dart“ und „Kite“):

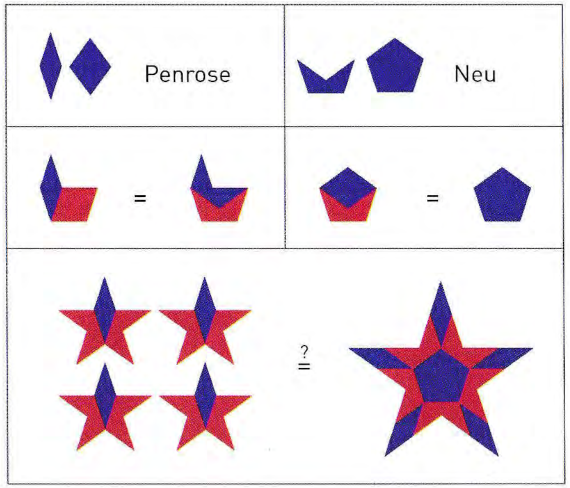


Sie werden dabei so aneinandergelegt, dass nur Eckpunkte der gleichen Farbe Schwarz oder Weiß aneinanderstoßen. Penrose-Parkettierungen sind interessant, weil jede von ihnen, und es gibt unendlich viele, nicht periodisch ist. Das heißt, dass egal wie weit und in welche Richtung wir die Parkettierung verschieben, sie niemals wieder mit sich selbst zur Deckung kommt. Lange Zeit hielt man dies schlichtweg für unmöglich. Man glaubte, dass jeder Fliesensatz, mit dem man die ganze Ebene pflastern kann, eine periodische Pflasterung zulässt.
Wir wollen aktiv mit der relativ großen Anzahl unserer Fliesen Erfahrungen sammeln, dabei sehen, dass wir die schwierige Frage, die ganze Ebene zu überdecken, in den Griff bekommen, und versuchen zu verstehen, warum diese Parkettierungen alle nicht periodisch sind.

Penrose 2.0 – Geometrie zum Anfassen

Frank Rittel [frank.rittel@web.de]
Rittel-Verlag

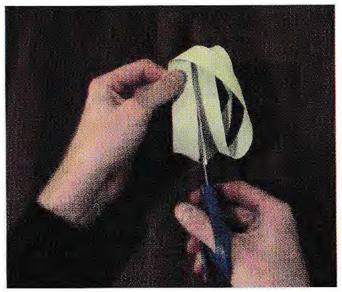
Durch kleine geometrische Spielereien haben wir auf der Basis der beiden klassischen „Penrose-Rauten“ zwei weitere Elemente entwickelt – die Krone und das Fünfeck. Den vier Teilen ist gemeinsam, dass alle Seiten gleich lang sind und alle Winkel ein Vielfaches von 36° sind. Nach dieser geometrischen Vorarbeit haben wir die Teile noch in einem angenehmen Material (Naturfilz) gefertigt und um eine Wand ergänzt, die mit Klettband bezogen wurde. Und schon können sehr große Muster gelegt werden. Dass dies keine reine Spielerei ist, merkt man, wenn man mit dem Spiel beginnt: Man landet sofort im geometrischen Experimentieren. Ob Transformationen, Gleichungssysteme, Wachstumsprozesse, die Vielfalt ist beeindruckend. Aber das können alle selbst an unserem Stand erleben.
Hier ist als Beispiel die Sternentransformation zu sehen. Kann man die vier kleinen Sterne so transformieren, dass der große Stern entsteht?

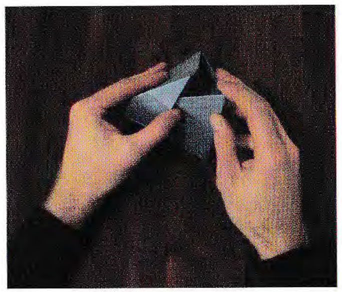


Wie man durch eine Postkarte steigt – eine experimentelle Buchpräsentation

Marcus B. Wagner [marcus-wagner@gmx.de]
Marie-Curie-Gymnasium Hohen Neuendorf

Mathematik zum Anfassen und Selbermachen! Mit einfachen Experimenten, für die in der Regel nicht mehr als Papier, Schere und Kleber nötig sind, werden mathematische Phänomene greifbar.
Angeregt durch zahlreiche Fortbildungen zu den Exponaten im Mathematikum Gießen, dem mathematischen Mitmachmuseum, entstand eine Sammlung von vielfach erprobten und kurzweiligen Experimenten. Dabei wurde auf möglichst einfache Handhabung Wert gelegt.
Im Rahmen der Präsentation wird eine Auswahl von Experimenten gezeigt. Der Schwerpunkt liegt auf dem Ausprobieren: Von Klassikern, wie dem Möbiusband in mehreren Varianten, bis zu geometrischen Körpern, Knobelspielen und Zahlentricks. Es werden dabei unterschiedliche mathematische Themenfelder aufgegriffen.
Im Vordergrund steht der Spaß am Basteln und Ausprobieren. Doch in allem steckt Mathematik, was schon beim Hantieren deutlich wird und Marcus Wagner, der Autor der Bücher „Wie man durch eine Postkarte steigt“ und „Warum Kühe gern im Halbkreis grasen“, gerne erläutert. Es gibt die Möglichkeit, das eine oder andere Experiment nach dem Ausprobieren mit nach Hause zu nehmen.





Begehbares Protein

Dr. Marcus Weber [weber@zib.de]
Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin

Mit diesem begehbaren Proteinmodell wird die Computersimulation neuer Medikamente nachgestellt. Dabei versuchen die Besucher, ein bewegliches Molekül so in das Protein einzubauen, dass ein definiertes Loch „verstopft" wird.
So wird anschaulich nachvollziehbar, wie Medikamente im Körper wirken und außerdem gezeigt, wie wichtig der Anteil der Mathematik an solchen Simulationen ist. Jeder gelungene Versuch wird mit einem akustischen Signal belohnt.
Hintergrund der Installation ist die Tatsache, dass etwa 80 Prozent der Leistung von Großrechnern weltweit zur Simulation von Molekülen benötigt werden. Eine Beschleunigung dieser Simulationen ist also dringend erforderlich. Schnellere Rechenmöglichkeiten sparen nicht nur Geld und Zeit, in einigen Fällen erlauben sie es erst, bestimmte Phänomene in Simulationen sichtbar zu machen und z. B. Tierversuche zu verringern.
Die Mathematik kann hier völlig neue Lösungswege eröffnen, indem sie die Problemstellungen abstrakt formuliert. Erst abstrakt formulierte Probleme können mit modernen mathematischen Lösungsmethoden bearbeitet werden. Die Mathematik erzielt damit sehr große Erfolge und eröffnet mit neuen Ansätzen auch völlig neue Möglichkeiten für die Entwicklung wirksamerer, unschädlicherer oder individueller Pharmaka und zeigt neue Methoden der Wirkstoffentwicklung auf.

Bild: David Ausserhofer / Wissenschaft im Dialog

Beispiele aus der Arbeit mit „Rapid Prototyping" im 3D-Labor

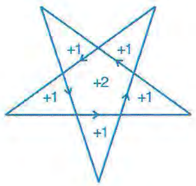
Joachim Weinhold [weinhold@math.tu-berlin.de]
Technische Universität Berlin

Die kleine Auswahl zeigt verschiedene Objekte – welche teilweise nicht immer als direkt „mathematisch" zu bezeichnend sind. Gemeinsam ist ihnen die Umsetzung mit „Rapid Prototyping" – hier mit dem Schwerpunkt des Drucks in Gipspulver. Durch das Drucken eines Bindemittels in automatisch nacheinander aufgetragene feine Schichten dieses Pulvers lassen sich anhand digitaler Daten beliebig geformte Objekte erstellen. Die Bandbreite der Themen für Objekte, welche mit den 3D-Druckern des Labors hergestellt werden, ist relativ breit und beinhaltet Medizin und Biologie ebenso wie Astronomie, Geologie, Maschinenbau und Kulturgeschichte, aber auch Astronomie oder die bildenden Künste.

Bild: TU-Pressestelle/Ruta

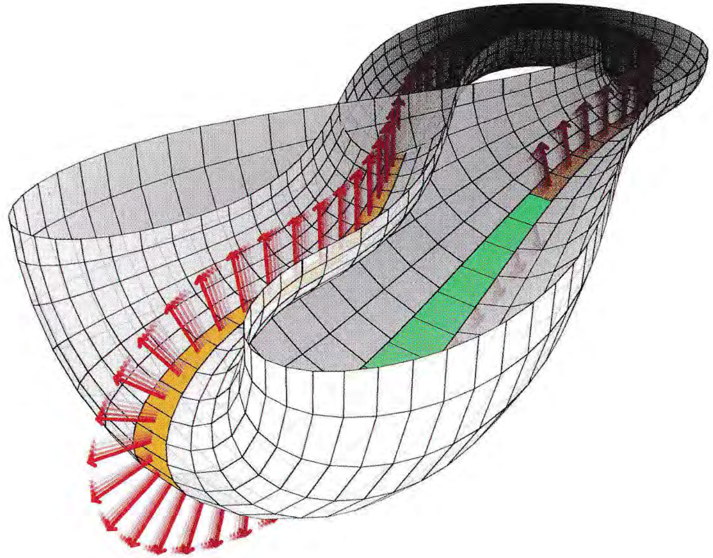
Die Kleinsche Flasche

Als Erkennungszeichen für den „Tag der Mathematik“ haben wir in diesem Jahr ein Bild der Kleinschen Flasche gewählt. Im Folgenden erläutert Ihnen Elmar Vogt, Professor für Mathematik an der Freien Universität Berlin, was es mit der Kleinschen Flasche auf sich hat.



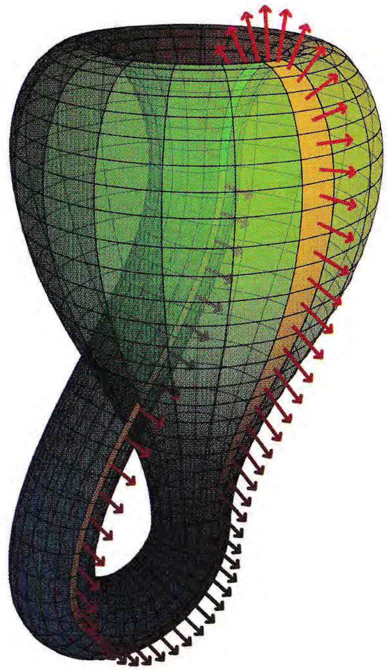
„Bereits vor fast hundert Jahren ist von A. L. F. Meister ... eine Abhandlung erschienen, deren Gegenstand die Bestimmung des Inhaltes eines ebenen Vielecks in größtmöglicher Allgemeinheit ist, indem hier auch solche Vielecke in Betracht gezogen werden, deren Perimeter sich selbst ein oder mehrere Male schneiden. [Anmerkung: Hierbei werden einige umschlossene Bereiche mehrfach oder auch negativ gezählt, je nachdem wie oft sie im positiven oder negativen Sinn umlaufen werden]
Nicht mit gleicher Allgemeinheit ist man bis jetzt bei Polyëdern zu Werke gegangen, sondern hat nur in einigen speciellen Fällen den Inhalt auch solcher Polyëder ermittelt, deren Oberflächen sich selbst schneiden. Denn hätte man die Eigenthümlichkeiten von Polyëdern dieser Art in ihrem ganzen Umfang durchforscht, so würde man auf den bis jetzt wohl noch nicht ausgesprochenen Satz gekommen sein, dass sich Polyëder konstruieren lassen, deren Inhalt gar nicht angebbar ist.“

So die Einleitung eines Aufsatzes von August Ferdinand Möbius aus dem Jahr 1865, in dem, wahrscheinlich zum ersten Mal, nicht orientierbare Flächen ohne Rand beschrieben und behandelt wurden. Flächen ohne Selbstdurchdringung im dreidimensionalen Raum haben stets ein Äußeres und ein Inneres, so dass man das Volumen des Inneren bestimmen kann. Lässt man Selbstdurchdringungen zu – stellte Möbius mit Überraschung fest –, gibt es Flächen ohne Rand, von deren einer Seite man auf die andere gelangt, ohne die Fläche durchstoßen zu müssen. Sie haben also überhaupt kein Inneres.
In Möbius' Aufsatz finden wir auch eine Beschreibung des sogenannten Möbiusbandes, das man erhält, wenn man einen länglichen rechteckigen Papierstreifen an seinen Enden nach einer Drehung um 180 Grad zusammenklebt. Dieses Phänomen war aber schon deutlich früher zum Beispiel von Listing beschrieben worden, und es würde mich nicht überraschen, wenn es nicht, ohne



ihm größere Bedeutung beizumessen, Jahrhunderte zuvor schon gesehen wurde.
Möbius gibt aber Flächen ohne Rand, allerdings mit Selbstdurchdringung, an. Ein explizites Beispiel war eine Fläche, die aus dem Möbiusband durch Anheften einer Kreisscheibe an dessen Rand entsteht. Er vermerkt, dass dies wohl die einfachste „einseitige“ Fläche sei. Diese Fläche ist die projektive Ebene. Allerdings hat das Möbius nicht vermerkt. Sie ist etwas schwieriger zu veranschaulichen als das Erkennungszeichen des diesjährigen „Tag der Mathematik“. Unsere Fläche ist die nach Felix Klein benannte Kleinsche Flasche, eine einseitige Fläche, die durch Aneinanderkleben zweier Möbiusbänder entlang ihrer Ränder entsteht.
Die halbe Kleinsche Flasche sehen wir oben, das heißt, wir sehen das eine Möbiusband, aber mit Selbstdurchdringung. Das zweite wird einfach spiegelbildlich oben angeklebt. Am Bild sieht man deutlich, wie man entlang einer geschlossenen Kurve von der einen Seite auf die andere gelangt.
Ohne Selbstdurchdringung können wir uns die Kleinsche Flasche vorstellen, wenn wir uns vier Dimensionen gönnen. Das wusste übrigends auch Klein schon. Wie man Punkte des dreidimensionalen Raums durch drei reelle Zahlen, die x-, y- und z-Koordinaten, beschreibt, so kodiert man Punkte im vierdimensionalen Raum durch vier reelle Zahlen. Der dreidimensionale Raum wird dann durch die Punkte beschrieben, deren vierte Koordinate Null ist. Bei der Konstruktion der Kleinschen Flasche durch Verbiegung, Durchschieben

und Verheften der Enden eines Schlauchs (siehe Bild oben) muss man nur, während man im dreidimensionalen Raum den Schlauch sich selbst durchdringen lässt, das Ende, das wir bewegen, kurz in die vierte Dimension anheben; man muss also die vierte Koordinate für alle Punkte des Schlauchendes gleichmäßig etwas anheben und nach Überschreitung der Durchdringung wieder auf Null absenken, um, jetzt wieder zurück im dreidimensionalen Raum, wie vorher die Enden zu verheften.
Mit ein bisschen Übung kann man sich das einigermaßen vorstellen. Wer es nicht glauben will, den können wir leicht mit präzisen Gleichungen im vierdimensionalen Raum überzeugen.



Spender und Kooperationspartner

Wir bedanken uns herzlich bei den Spendern und Kooperationspartnern des 17. Berliner Tag der Mathematik.

NORWEGISCHE BOTSCHAFT

SIEMENS

Techniker Krankenkasse
Gesund in die Zukunft.

Bayer Science & Education Foundation

Berliner Sparkasse

Ernst-Reuter-Gesellschaft der Freunde, Förderer & Ehemaligen der Freien Universität Berlin e.V.

Bertha-von-Suttner-Gymnasium

WIAS

vismath

ZIB

molConcept

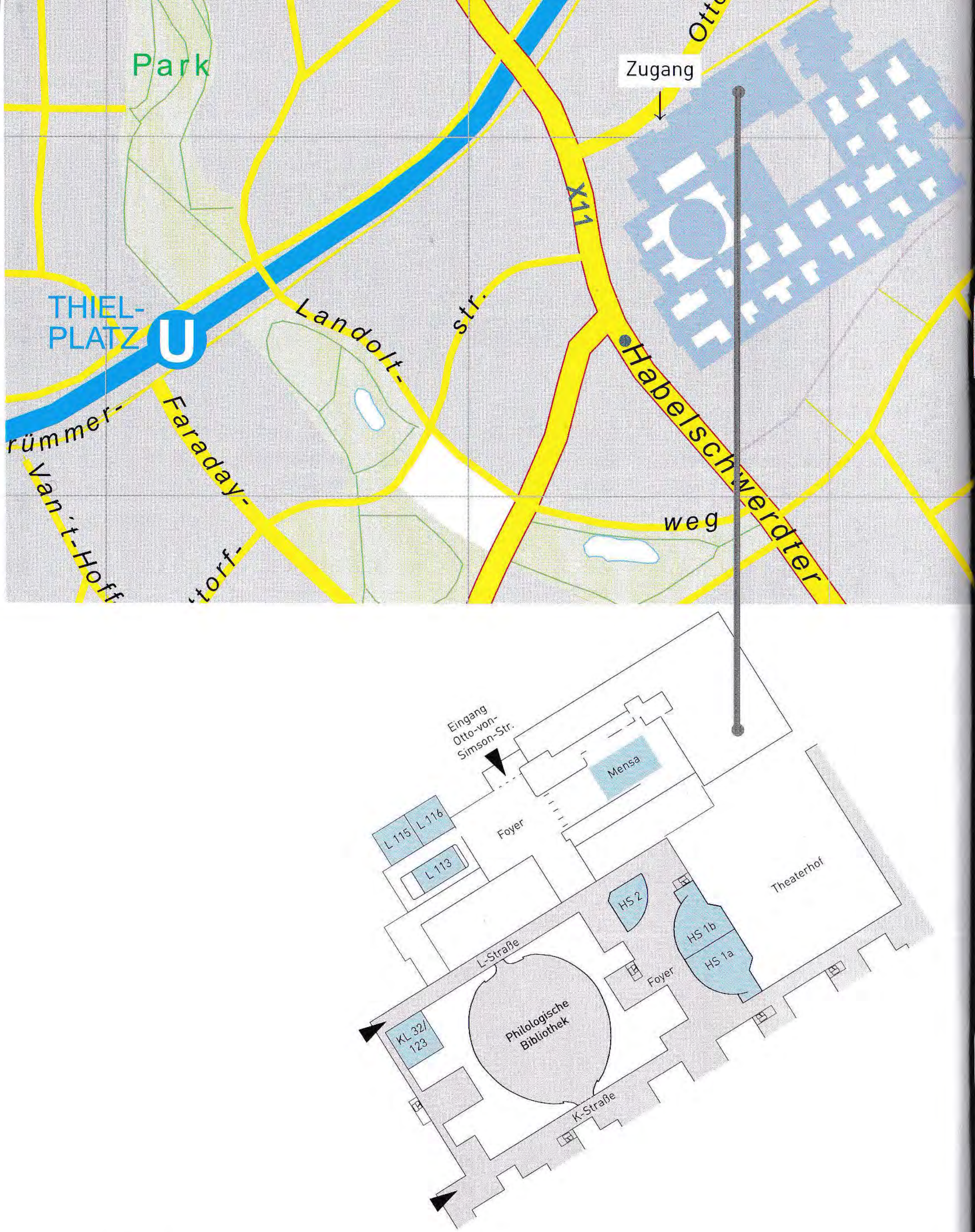
Springer Spektrum

Verlag Harri Deutsch

Impressum

Redaktion	Prof. Dr. Holger Reich (verantwortlich, FU Berlin)
	Thomas Vogt (Medienbüro Mathematik, FU Berlin)
	Christoph Eyrich
Gestaltung	Christoph Eyrich
Auflage	2000

Die Veranstalter danken der Techniker Krankenkasse für den großzügigen Druck dieses Programmheftes.



17. BERLINER TAG DER MATHEMATIK

Freie Universität Berlin | Zugang über Otto-von-Simson-Straße 26 | 14195 Berlin