

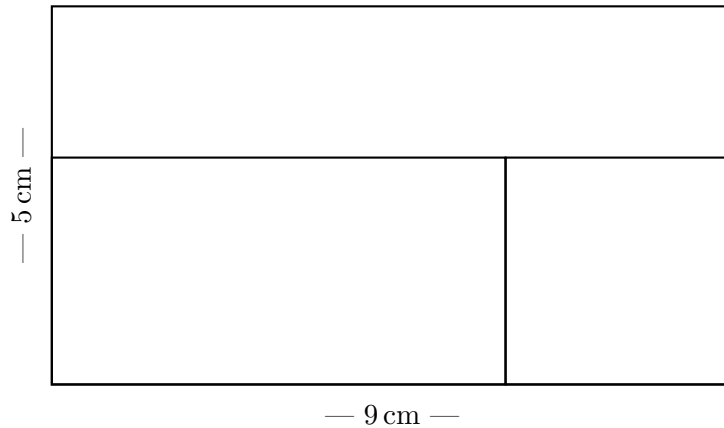
SCHULE	TEAM-NUMMER	PUNKTE
--------	-------------	--------

Aufgabe 1: Rechtecke

(a) 5 Punkte (b) 5 Punkte

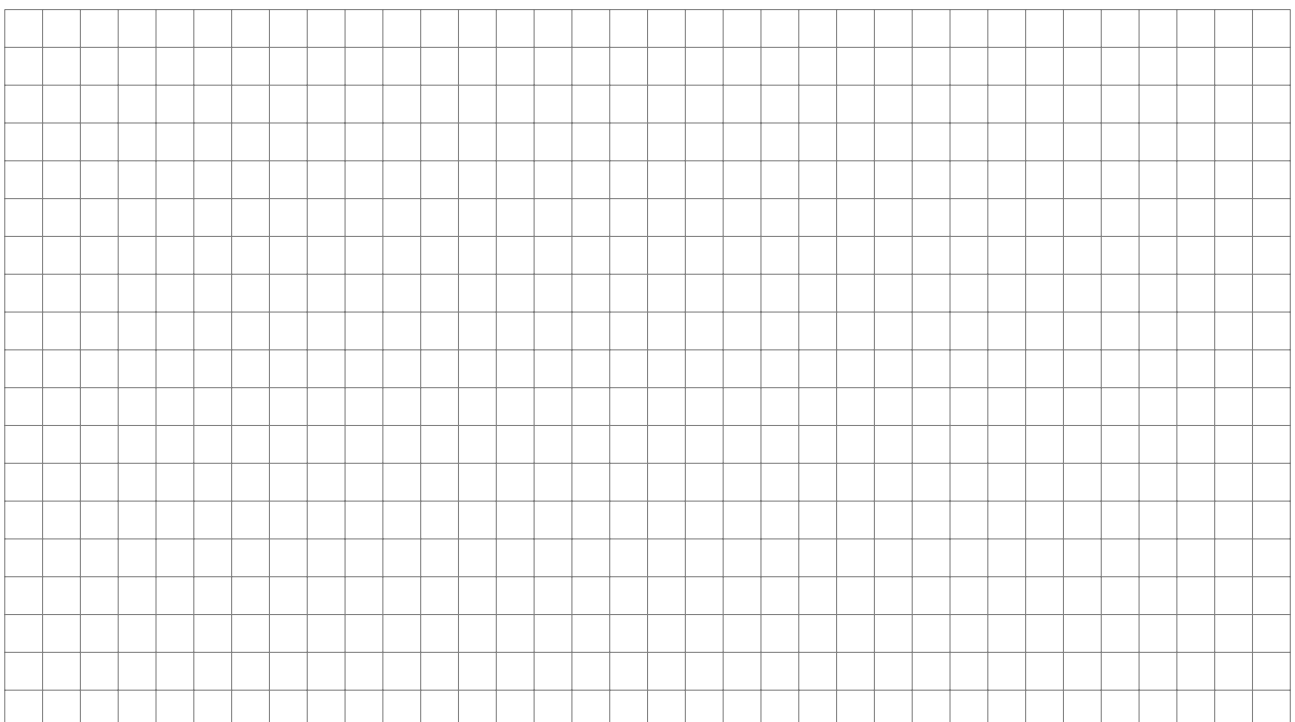
Ein Rechteck mit den Seitenlängen 5 cm und 9 cm soll in mehrere kleinere Rechtecke mit ganzzahligen Seitenlängen, von denen keine zwei deckungsgleich sind, zerlegt werden.

Ein Beispiel für eine solche Zerlegung in drei Rechtecke mit den Seitenlängen 2 cm und 9 cm, 3 cm und 6 cm sowie 3 cm und 3 cm ist hier abgebildet:



- (a) Gebt zwei **verschiedene** solche Zerlegungen mit jeweils neun Rechtecken mit ganzzahligen Seitenlängen an.
 (**Verschieden** sind zwei Zerlegungen dann, wenn sie nicht die gleichen neun Rechtecke enthalten. Zwei Zerlegungen, in denen die gleichen Rechtecke auftreten und diese nur anders angeordnet sind, gelten **nicht** als **verschieden**.)
- (b) Begründet, dass es keine solche Zerlegung mit mehr als neun Rechtecken geben kann.

Lösung:



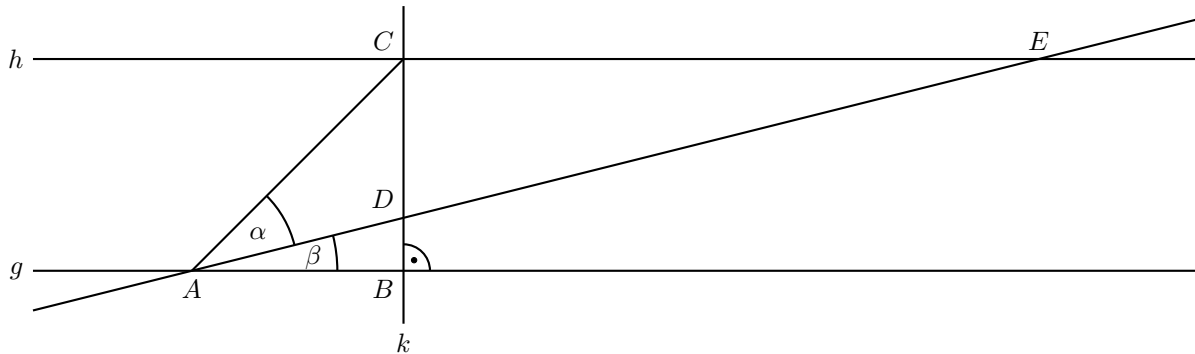
SCHULE	TEAM-NUMMER	PUNKTE
--------	-------------	--------

Aufgabe 3: Winkeljagd

(a) 3 Punkte (b) 7 Punkte

In der untenstehenden Skizze sind g und h zwei parallele Geraden und k eine zu g und h senkrechte Gerade.

Die Strecke $\overline{ED}$ ist doppelt so lang wie die Strecke $\overline{AC}$.



Die Skizze ist nicht maßstabsgetreu. Die folgenden Aufgaben lassen sich also nicht durch Messen, sondern nur durch geometrische Überlegungen lösen.

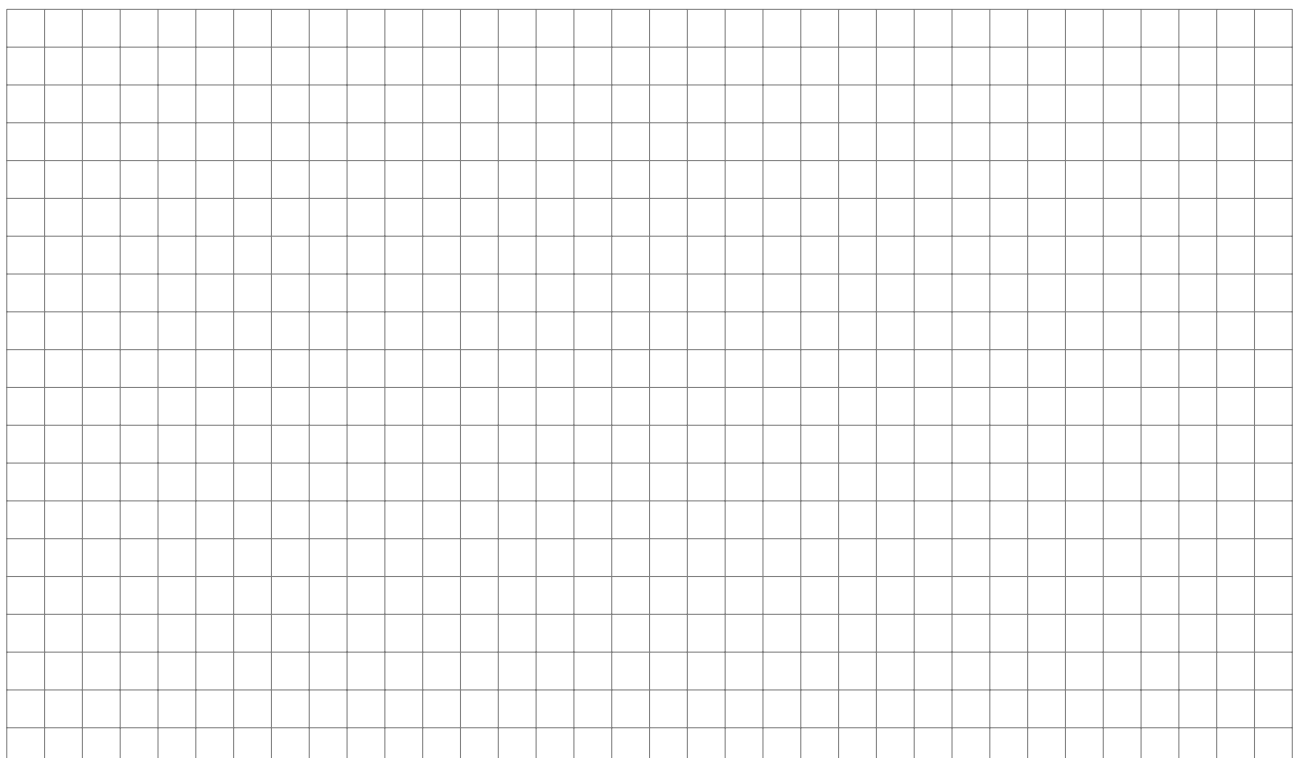
- (a) Zeichnet den Mittelpunkt M der Strecke $\overline{DE}$ und die Strecke $\overline{CM}$ in die Skizze ein.

Begründet dann durch geometrische Überlegungen, dass das Dreieck $\triangle CDM$ gleichschenkelig mit Basis $\overline{CD}$ ist.

- (b) Es sei $\alpha = 26^\circ$. Bestimmt β durch geometrische Überlegungen.

Hinweis: Auch wenn ihr (a) nicht gelöst habt, dürft ihr die Aussage benutzen, dass das Dreieck $\triangle CDM$ gleichschenkelig mit Basis $\overline{CD}$ ist.

Lösung:



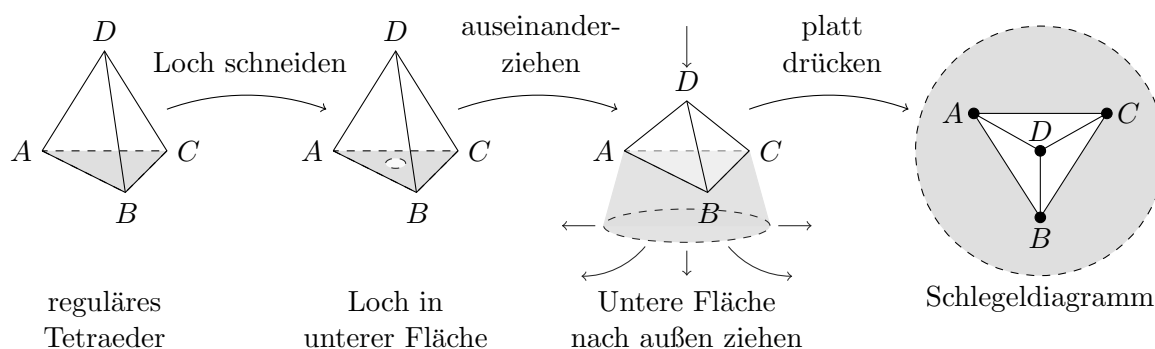
SCHULE	TEAM-NUMMER	PUNKTE

Aufgabe 4: Schlegeldiagramme

(a) 2 Punkte, (b) 2 Punkte, (c) 6 Punkte

Ein sogenanntes Schlegeldiagramm ist eine zweidimensionale Darstellung eines dreidimensionalen Körpers. Die folgende Abbildung zeigt, wie man das Schlegeldiagramm eines regulären Tetraeders erhalten kann. Ein reguläres Tetraeder besteht aus vier gleichseitigen Dreiecken.

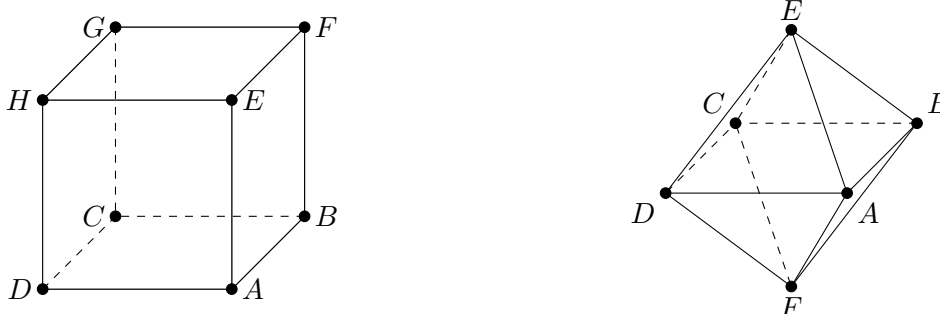
Wir stellen uns vor, dass wir mitten in die graue Fläche $\triangle ABC$ ein Loch schneiden und die Fläche von dort in allen Richtungen nach außen ziehen. Gleichzeitig wird die Spitze D des Tetraeders nach unten gedrückt, bis es flach ist.



Das Schlegeldiagramm eines Körpers zeigt alle seine Ecken, Kanten und Flächen sowie deren Beziehungen zueinander:

- Jede Ecke des Körpers erscheint im Schlegeldiagramm als ein Punkt, von dem mindestens drei Kanten ausgehen.
- Wenn zwei Ecken des Körpers durch eine Kante verbunden sind, dann sind auch die dazugehörigen Punkte im Schlegeldiagramm durch eine Kante verbunden. Die Kanten im Schlegeldiagramm dürfen sich dabei nicht schneiden.
- Alle Seitenflächen des Körpers tauchen im Schlegeldiagramm als von mindestens drei Kanten begrenzte Vielecke auf. Auch die äußere (oben grau gefärbte) Fläche wird von Kanten begrenzt und muss dabei mitgezählt werden.

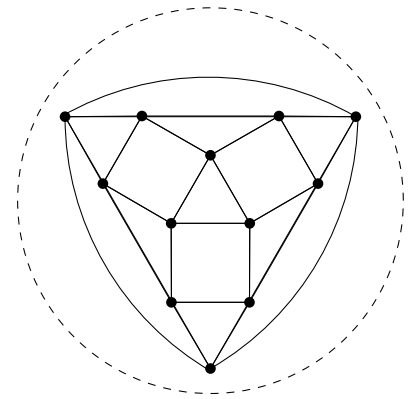
- (a) Ein Würfel (links) besteht aus sechs gleichseitigen Vierecken, wobei sich in jeder Ecke drei Flächen treffen. Ein regelmäßiges Oktaeder (rechts) besteht aus acht gleichseitigen Dreiecken, wobei sich in jeder Ecke vier Flächen treffen.



Erstellt je ein Schlegeldiagramm des Würfels und des regelmäßigen Oktaeders.

Hinweise: Die Kanten in einem Schlegeldiagramm dürfen auch krumm gezeichnet werden – wie zum Beispiel im Schlegeldiagramm in Aufgabe (b). Außerdem muss die äußere Fläche nicht eingefärbt werden.

- (b) Ein Körper kann auch aus verschiedenen Arten gleichseitiger Flächen (also Dreiecke, Vierecke, Fünfecke, ...) zusammengesetzt sein. Das hier rechts abgebildete Schlegeldiagramm enthält gleichseitige Drei- und Vierecke. Es gehört zu einem sogenannten Kuboktaeder.



Beantwortet die folgenden Fragen:

- (i) Wie viele Flächen welcher Art treffen sich in jeder Ecke?
 - (ii) Wie viele Flächen welcher Art besitzt ein Kuboktader insgesamt?
- (c) Wir betrachten nun Körper mit den folgenden Eigenschaften:
- (1) Die Oberfläche des Körpers besteht aus regelmäßigen Fünfecken oder aus regelmäßigen Sechsecken oder aus einer Mischung von regelmäßigen Fünf- und Sechsecken.
 - (2) Alle Ecken des Körpers sind gleich in dem Sinne, dass sich in jeder Ecke dieselbe Anzahl und dieselben Arten von Flächen treffen
 - (3) Der Körper ist konvex, d. h. er hat keine Ecken, die in den Körper hineinragen.

Bestimmt alle Körper mit diesen Eigenschaften, indem ihr zu jedem Körper ein Schlegeldiagramm zeichnet. Begründet, dass ihr alle Körper gefunden habt.

Lösung:

